Ministerul Educației Naționale

Matematică



Manual pentru clasa a V-a

Mihaela Singer
Cristian Voica
Consuela Voica

IDEA

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației Naționale.

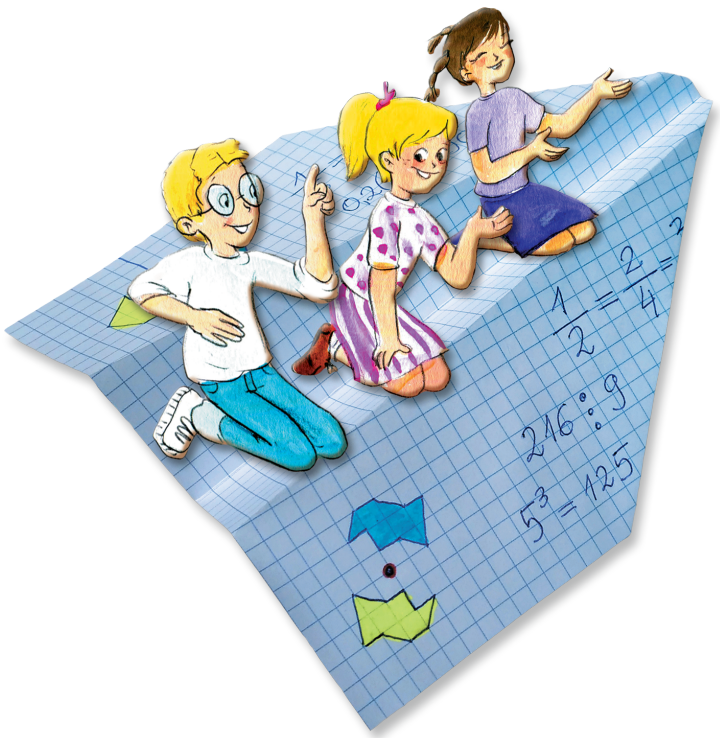
Acest proiect de manual școlar este realizat în conformitate cu
Programa școlară aprobată prin O.M. nr. 3393 / 28.02.2017.

116.111 – numărul de telefon de asistență pentru copii

Ministerul Educației Naționale

Matematică

Mihaela Singer
Cristian Voica
Consuela Voica





IDEA

Manualul școlar a fost aprobat prin O.M.E.N. nr. 5269/03.10.2017.

Manualul este distribuit elevilor în mod gratuit, atât în format tipărit, cât și în format digital, și este transmisibil timp de patru ani școlari, începând din anul școlar 2017–2018.

Inspectoratul Școlar .....
Școala / Colegiul / Liceul .....

ACEST MANUAL A FOST FOLOSIT DE:

Anul	Numele elevului	Clasa	Anul școlar	Aspectul manualului*			
				Format tipărit		Format digital	
				la primire	la predare	la primire	la predare
1							
2							
3							
4							

* Pentru precizarea aspectului manualului se va folosi unul dintre următorii termeni: ***nou, bun, îngrijit, neîngrijit, deteriorat***.

Cadrele didactice vor verifica dacă informațiile înscrise în tabelul de mai sus sunt corecte.

Elevii nu vor face niciun fel de însemnări pe manual.

Referenți: Prof. Grad I Mircea Fianu,
Prof. Univ. Dr. Radu Gologan
Conf. Univ. Dr. Cătălin Gherghe
Redactor: Marius Ciocîrlan
Ilustrator: Anita Ionescu
Credite foto: Pixabay.com, Freepik.com; Wikipedia.org; Commons.wikimedia.org; Vecteezy.com
Tehnoredactor: Gheorghe Popescu
Înregistrări și procesare sunet, animații, activități digitale interactive și platformă e-learning: Infomedia Pro
Website: www.infomediapro.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
SINGER, MIHAELA
Matematică : manual pentru clasa a V-a / Mihaela Singer, Cristian Voica, Consuela Voica. - Bucureşti : Editura I.D.E.E., 2017
ISBN 978-606-94471-0-9

I. Voica, Cristian
II. Voica, Consuela

51

© 2017 – IDEE

Toate drepturile asupra prezentei ediții aparțin IDEE. Nicio parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă fără acordul scris al IDEE.

ISBN: 978-606-94471-0-9

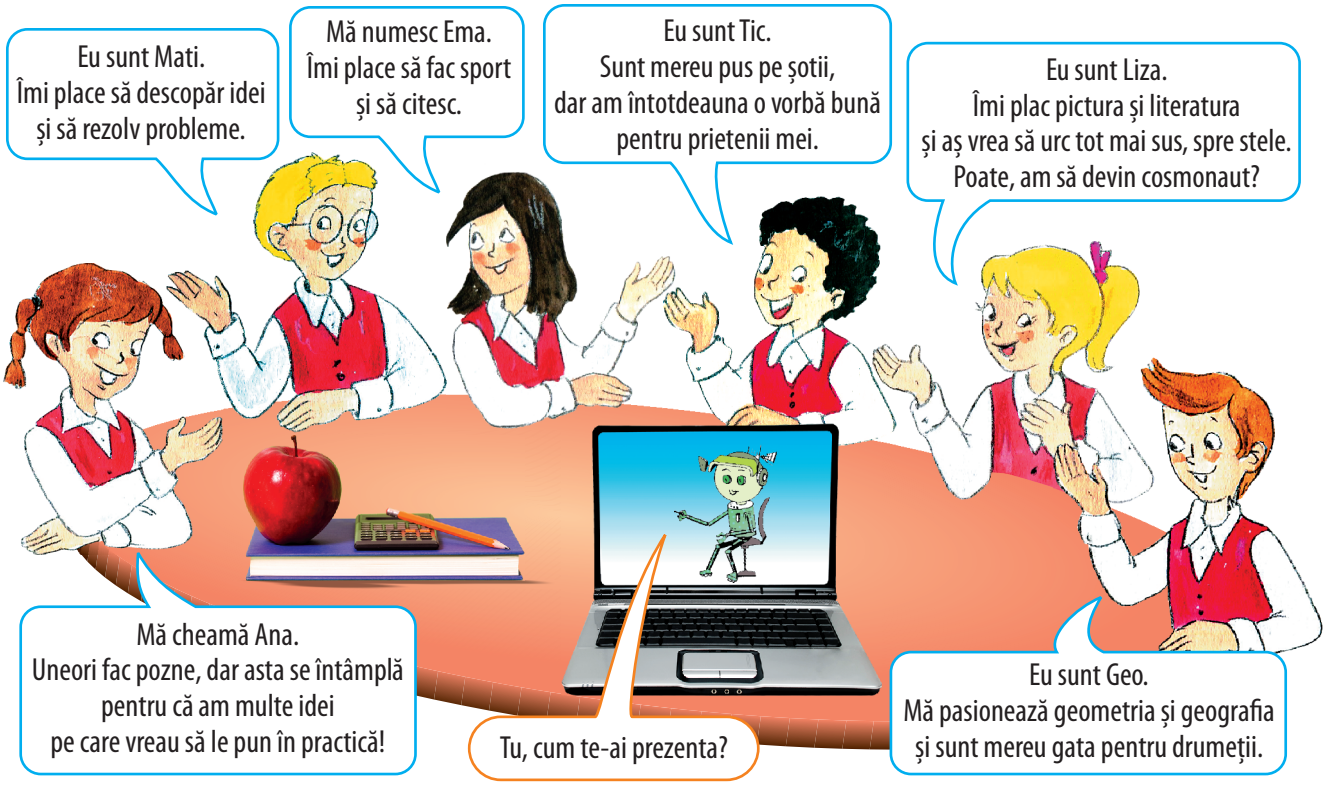
Institutul pentru Dezvoltarea Evaluării în Educație (IDEE)

Sediul central
Str. G-ral Berthelot nr. 38, sector 1, Bucureşti, cod 010169
Tel. / fax: 021-313.96.42; 021-315.39.43; 021-315.39.70
e-mail: office@editurasigma.ro;
web: www.librariesigma.ro

Distribuție:
Tel. / fax: 021-243.42.40; 021-243.40.52; 021-243.40.61; 021-243.40.14
e-mail: comenzi@librariesigma.ro

Cum lucrezi cu manualul?

Mai întâi, să facem cunoștință!



Prietenii tăi din manual te ajută:

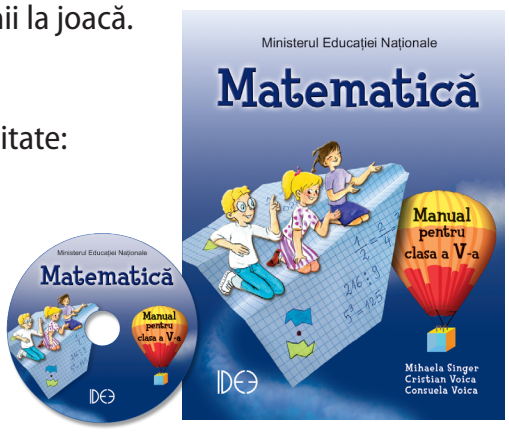
- să înțelegi ușor și rapid cum calculezi și cum rezolvi probleme
- să descoperi reguli generale pornind de la fapte și exemple particulare
- să pui întrebări potrivite care te conduc la răspunsuri istețe
- să-ți descoperi greșelile și să le corectezi învățând logic
- să legi matematica și ceea ce înveți la școală de ceea ce se întâmplă în viața de zi cu zi, acasă, cu părinții, pe stradă, sau cu prietenii la joacă.

Manualul include o variantă tipărită și una digitală.
În varianta digitală, iconițele următoare îți indică tipul de activitate:

activitate statică:
observi, citești, asculți și analizezi imaginea;

activitate audio-video:
citești, asculți, observi și faci corelații;

activitate interactivă:
rezolvi, răspunzi, verifici și primești feedback.



Manualul este organizat în *unități de învățare* și *lecții*, așa cum vei descoperi în paginile următoare.

- Aceasta este pagina de început a unei *Unități de învățare*.

În afară de titlul unității, această pagină conține descrierea unui proiect sau a unei investigații, ce pot fi desfășurate pe parcursul unității de învățare.

Citește indicațiile, colaborează cu alți colegi și colege și, la final, prezentați împreună rezultatele proiectului sau ale investigației!



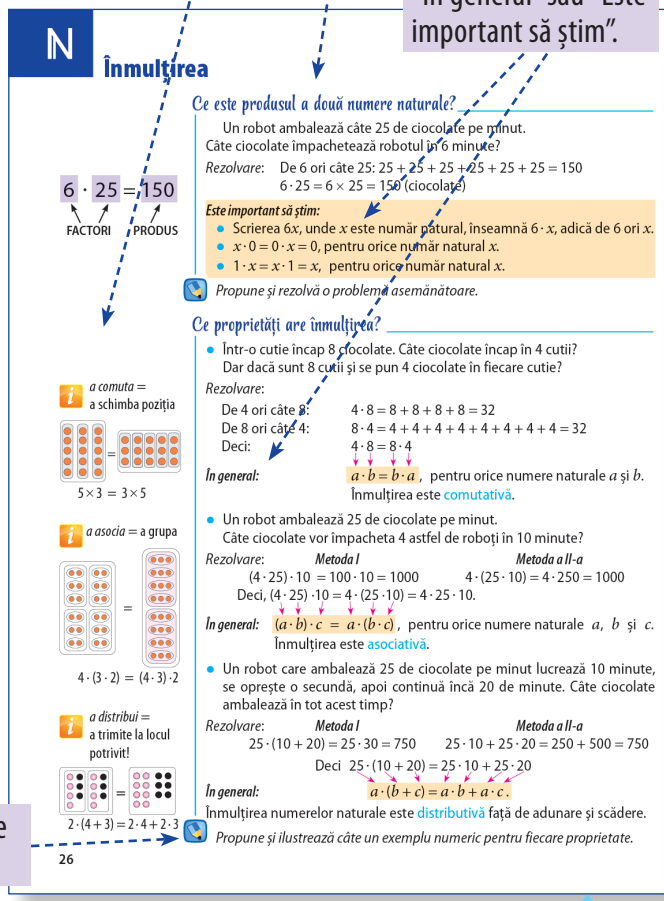
Aici apar menționate etapele proiectului

În fiecare proiect găsești un exercițiu inițial, care te ajută să înțelegi printr-un exemplu activitățile din cadrul proiectului.

Titlurile-întrebare indică ideea esențială a secvenței.

În această coloană apar informații utile, desene sugestive, legături cu alte domenii.

Regulile, proprietățile sau algoritmii de calcul sunt anunțate de titlurile "În general" sau "Este important să știm".



Aici găsești exerciții prin care verifici înțelegerea lecției.

- Aceasta este pagina cu explicații asupra temelor de învățat.

Paginile de acest fel conțin exemple și dialoguri ale personajelor din manual. Informații importante sunt introduse cu titlul ***Este important să știm*** sau ***În general*** și sunt marcate prin pată de culoare. Simbolul indică exerciții utile în fixarea elementelor de bază din lecție.

În coloana din stânga paginii apar explicații, imagini sau scheme care te ajută să înțelegi mai bine tema de învățat.

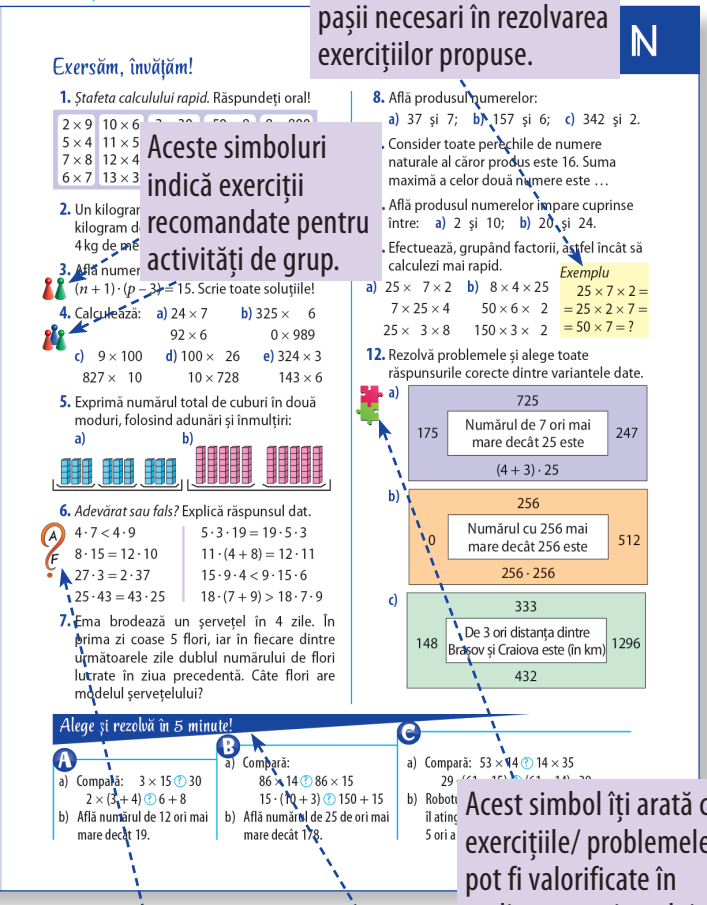
- Aceasta este pagina de exersare.

La fiecare temă, sunt incluse exerciții și probleme ce se pot rezolva în clasă sau acasă.

Fiecare pagină conține un test de (auto) evaluare, cu titlul „Alege și rezolvă în 5 minute!”. Testele de acest fel conțin trei probleme, notate A, B, C: îți poți alege problema corespunzătoare nivelului tău de cunoștințe. *Atenție!* Exercițiul C valorează mai multe puncte, dar dacă nu reușești să-l rezolvi, pierzi mai multe puncte!

Exemplul rezolvat îți indică pașii necesari în rezolvarea exercițiilor propuse.

Aceste simboluri indică exerciții recomandate pentru activități de grup.



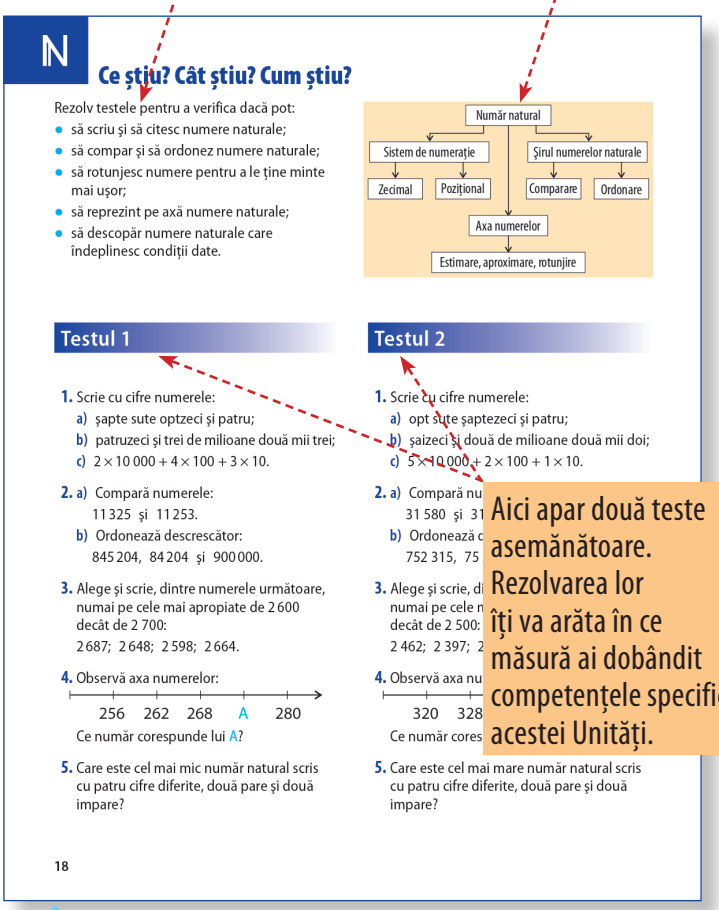
Acest simbol îți arată că exercițiile/ problemele pot fi valorificate în realizarea proiectului.

Acest simbol indică exerciții cu două variante de răspuns: adevărat sau fals.

Aici trebuie să-ți măsori forțele și să alegi un singur exercițiu: A, B sau C, pe măsura puterilor tale.

Acestea sunt competențele urmărite pe parcursul unității de învățare.

Schema te ajută să clarifici care sunt noțiunile învățate și legăturile dintre ele.



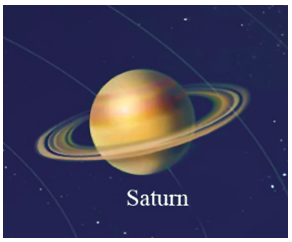
Aici apar două teste asemănătoare. Rezolvarea lor îți va arăta în ce măsură ai dobândit competențele specifice acestei Unități.

- Aceasta este pagina de final a unei *Unități de învățare*.

În partea de sus, ai o sinteză asupra a ceea ce ai învățat de-a lungul unității, sub forma competențelor dezvoltate și a conceptelor studiate. Cele două teste de evaluare verifică gradul de formare a competențelor specifice. Ele sunt alcătuite astfel încât să poată oferi o imagine cât mai fidelă asupra nivelului tău de performanță în aplicarea a ceea ce ai învățat.

Succes!

Cuprins



Unitatea 1 Numere naturale: reprezentare, comparare, estimare 9

Scrierea și citirea numerelor naturale 10
Compararea și ordonarea numerelor naturale 12
Axa numerelor. Estimări 14
Recapitulăm… rezolvând probleme! 16
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 18



Unitatea 2 Operații cu numere naturale 19

Adunarea 20
Scăderea 22
Legătura dintre adunare și scădere 24
Înmulțirea 26
Înmulțirea: proceduri de calcul 28
Înmulțirea: priorități în calcul și estimări 30
Împărțirea numerelor naturale 32
Împărțirea: proceduri de calcul 34
Împărțirea: estimări și priorități în calcul 36
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 38



Unitatea 3 Divizibilitate 39

Divizor, multiplu 40
Proprietăți ale divizibilității 42
Divizori comuni; multipli comuni 44
Criterii de divizibilitate cu 10, 100, 1000 46
Criterii de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 2 48
Criteriul de divizibilitate cu 9 50
Criteriul de divizibilitate cu 3 52
Numere prime. Numere compuse 54
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 56



Unitatea 4 Metode aritmetice de rezolvare a problemelor 57

Metoda reducerii la unitate 58
Metoda comparației 60
Folosirea literelor în calcule. Metoda figurativă 62
Metoda mersului invers 64
Metoda falsei ipoteze 66
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 68



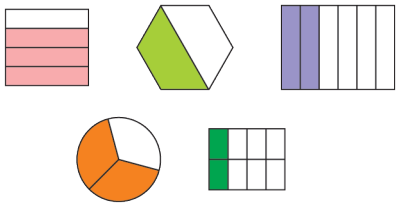
Unitatea 5 Puteri ale numerelor naturale 69

Puterea unui număr natural 70
Ordinea operațiilor în calcule cu puteri 72
Reguli de calcul cu puteri 74
Pătratul unui număr natural 76
Baze de numerație 78
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 80

Competențe specifice

- Identificarea numerelor naturale în contexte variate
- Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora
- Utilizarea regulilor de calcul pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitate
- Exprimarea în limbaj matematic a unor proprietăți referitoare la comparări, aproximări, estimări și ale operațiilor cu numere naturale
- Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Modelarea matematică, folosind numere naturale, a unei situații date, rezolvarea problemei obținute prin metode aritmetice și interpretarea rezultatului

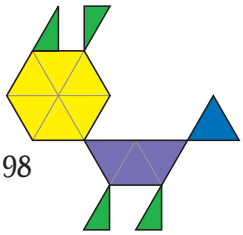
Unitatea 6 Fracții: notații, reprezentare, comparare, ordonare 81
Scoaterea și introducerea întregilor într-o fracție 82
Fracții echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor 84
Compararea fracțiilor. Reprezentarea pe axă 86
Fracții ireductibile 88
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 90



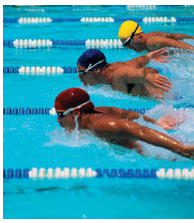
Competențe specifice

- Identificarea fracțiilor ordinare sau zecimale în contexte variate
- Efectuarea de calcule cu fracții folosind proprietăți ale operațiilor aritmetice
- Utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu fracții ordinare sau zecimale
- Utilizarea limbajului specific fracțiilor/procentelor în situații date
- Analizarea unor situații date în care intervin fracții pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule
- Reprezentarea matematică, folosind fracțiile, a unei situații date, în context intra și interdisciplinar (geografie, fizică, economie etc.)

Unitatea 7 Operații cu numere fracționare 91
Adunarea și scăderea numerelor fracționare 92
Aflarea unei fracții dintr-un număr natural 94
Înmulțirea numerelor fracționare 96
Împărțirea numerelor fracționare. Ordinea operațiilor 98
Puteri. Ordinea efectuării operațiilor 100
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 102



Unitatea 8 Numere zecimale. Tehnici de organizare a datelor 103
Formarea, scrierea și citirea numerelor zecimale 104
Legături între numere zecimale, numere naturale, fracții și procente 106
Numere zecimale: comparare, reprezentare, ordonare 108
Aproximarea numerelor zecimale 110
Organizarea datelor 112
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 114



Unitatea 9 Operații cu numere zecimale 115
Adunarea și scăderea numerelor zecimale 116
Legătura dintre adunare și scădere. Estimări 118
Înmulțirea numerelor zecimale cu numere naturale 120
Înmulțirea numerelor zecimale. Estimări 122
Puteri. Ordinea operațiilor cu numere zecimale 124
Împărțirea cu virgulă a numerelor naturale 126
Împărțirea numerelor zecimale la numere naturale 128
Împărțirea numerelor zecimale 130
Numere zecimale periodice 132
Număr rațional. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale 134
Media unui set de date 136
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 138





Unitatea 10 Elemente de geometrie 139

De la cub la punct 140
Puncte și drepte: reprezentare, notații, proprietăți 142
Drepte în plan 144
Unghiuri 146
Lungimea unui segment. Măsura unui unghi 148
Figuri congruente 150
Comparări 152
Simetrie 154
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 156

Unitatea 11 Măsurare și măsuri 157

Măsurarea lungimilor. Perimetre 158
Măsurarea maselor 160
Măsurarea ariilor 162
Măsurarea volumelor 164
Calculul ariilor și al volumelor 166
Măsurarea timpului. Unități monetare 168
Ce știu? Cât știu? Cum știu? 170

Probleme recapitulative 171
Răspunsuri 175



Competențe specifice

- Identificarea noțiunilor geometrice elementare și a unităților de măsură în diferite contexte
- Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a măsura sau pentru a construi configurații geometrice
- Determinarea perimetrelor, a ariilor (pătrat, dreptunghi) și a volumelor (cub, paralelipiped dreptunghic) și exprimarea acestora în unități de măsură corespunzătoare
- Transpunerea în limbaj specific a unor probleme practice referitoare la perimetre, arii, volume, utilizând transformarea convenabilă a unităților de măsură
- Interpretarea prin recunoașterea elementelor, a măsurilor lor și a relațiilor dintre ele, a unei configurații geometrice dintr-o problemă dată
- Analizarea unor probleme practice care includ elemente de geometrie studiate, cu referire la unități de măsură și la interpretarea rezultatelor

Competențe generale

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

Proiect

Planeta noastră

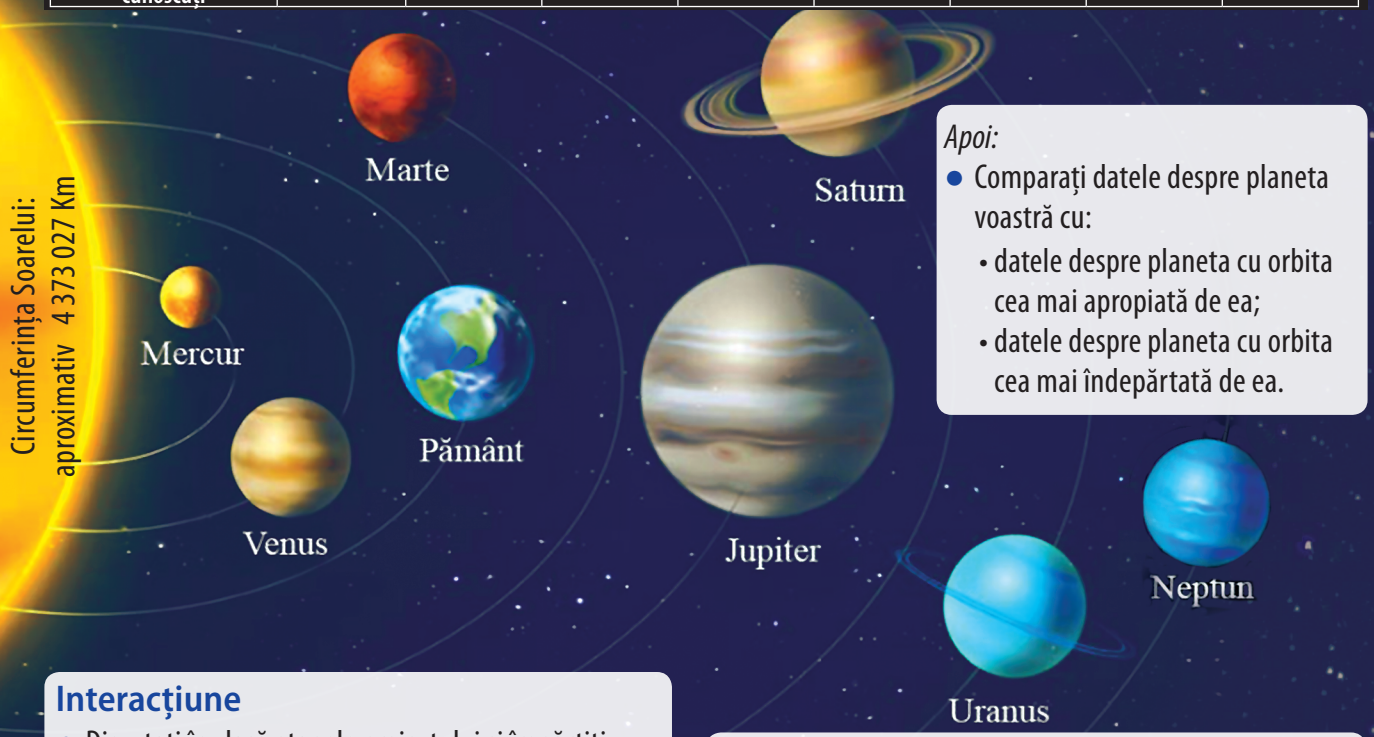
Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli dintr-un caiet de desen, fotografii sau imagini din diferite surse, creioane colorate sau acuarele
- *Scop:* Veți realiza o „imagine" a sistemului solar, punând împreună informațiile colectate de voi.

Realizarea proiectului

- Formați opt echipe. Fiecare echipă alege o planetă.
- Echipa va completa pe coala de desen: o imagine a planetei (decupată sau pictată) și datele extrase din tabelul de mai jos.

Planeta	Mercur	Venus	Pământ	Marte	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
Distanța medie față de Soare (în Km)	57 909 175	108 208 930	149 597 890	227 936 640	778 412 010	1 426 725 400	2 870 972 200	4 498 252 900
Circumferința (în Km, cu aproximație)	15 321	38 004	40 054	21 333	448 974	378 478	160 500	155 533
În cât timp se rotește în jurul Soarelui (aprox)	2 luni	6 luni	1 an	2 ani	12 ani	29 ani	84 ani	165 ani
Numărul sateliților cunoscuți	0	0	1	2	67	62	27	14



Apoi:

- Comparați datele despre planeta voastră cu:
  - datele despre planeta cu orbita cea mai apropiată de ea;
  - datele despre planeta cu orbita cea mai îndepărtată de ea.

Interacțiune

- Discutați în clasă etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- Folosind datele din tabele, puneți întrebări despre planete și cereți colegilor să răspundă.
- De ce Pământul este cea mai importantă planetă pentru noi?

Prezentare

La final, prezentați sistemul solar așezând planșele realizate de voi în ordine crescătoare după unul dintre criteriile:

a) dimensiunile planetelor
b) timpul lor de rotație în jurul Soarelui
c) distanța față de Soare
d) numărul de sateliți.

N

Scrierea și citirea numerelor naturale

Cum se formează numerele naturale?

- Am învățat să numărăm: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, … Știm să folosim și numărul zero. *De exemplu*, scorul unui meci de fotbal poate fi 0 la 1.
- Numerele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …, 837, 838, … se numesc numere naturale. *De exemplu*, 524 este un număr natural, dar $\frac{1}{2}$ nu este număr natural.

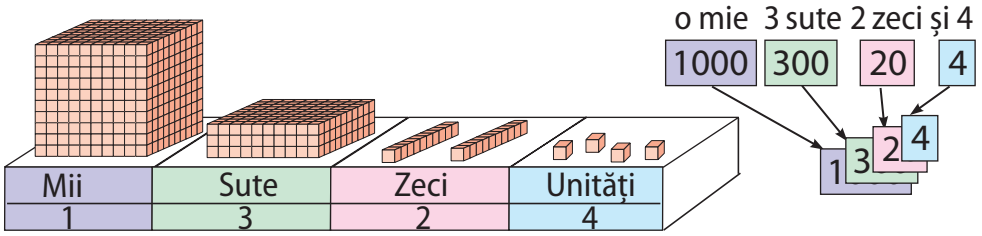


Abac roman
(sursa: https://commons.wikimedia.org)

Sistemul în care scriem numerele este:

zecimal	*pozițional*
Formăm grupe de câte zece: 10 unități = 1 zece; 10 zeci = 1 sută; 10 sute = 1 mie; …	Cifrele cu care este scris un număr reprezintă *valori diferite*, în funcție de *poziția* lor în scrierea numărului.

- *De exemplu*, iată cum se formează numărul **1324**:



În scrierea numărului 1 324, cifra 1 are valoarea 1000, cifra 3 are valoarea 300, cifra 2 are valoarea 20, iar cifra 4 are valoarea 4.

Primele zece numere naturale se scriu cu o singură cifră; următoarele nouăzeci de numere se scriu cu două cifre: 10, 11, …, 98, 99.
Câte numere naturale se scriu cu trei cifre?

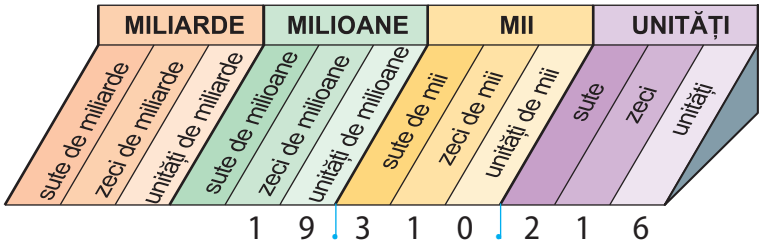
Cifrele arabe au fost inventate de indieni în urmă cu 3 000 de ani, apoi preluate de arabi, prin intermediul cărora au pătruns în Europa, în Evul Mediu.

Cum scriem numerele naturale?



Terra, planeta noastră, avea în anul 2015 o populație de aproximativ 7 300 000 000 de locuitori. Se estimează că în 2040 populația globului pământesc va fi de circa 9 miliarde.

- Populația României era la 1 ianuarie 2017 de **19 310 216** locuitori. Pentru a citi acest număr, grupăm câte trei cifre de la dreapta spre stânga, evidențiind *ordine* de mărime: 19.310.216.



Populația României este de ordinul zecilor de milioane.

- Putem folosi notațiile: $\overline{ab}$ → număr de două cifre; $\overline{abcd}$ → număr de patru cifre, unde a, b, c, d sunt cifre, iar a trebuie să fie diferit de 0.

Citește și scrie numerele reprezentând populația Terrei.

Exersăm, învățăm!

1. Pe fiecare linie a tabelului este scris un număr.

MILIARDE			MILIOANE			MII			UNITĂȚI		
S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U	S	Z	U
							4	0	0	2	3
				7	5	2	0	8	7	6	5
4	3	8	2	6	0	0	9	7	5	0	3

a) Citește numerele din tabel.

b) Precizează ordinul fiecărui număr.

c) Descompune numerele în trei moduri.

Exemplu: $5\,824 = 5\,000 + 824 = 5\,800 + 24 = 5\,820 + 4$

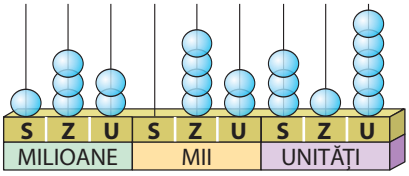
2. Elevii discută despre numărul 1 820 163:

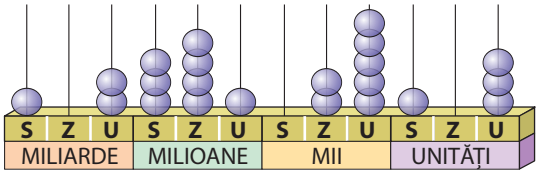
Alecu: Cifra zecilor este 6.
Cristina: Conține cifra 16.
Dan: Are 16 zeci.
Alina: Cifra unităților este 1.
Ion: Are doar trei unități.

Cine are dreptate? Motivează.

Formulează două propoziții adevărate și două false despre numărul 1 730 101.

3. Scrie cu cifre și cu litere fiecare număr reprezentat mai jos:



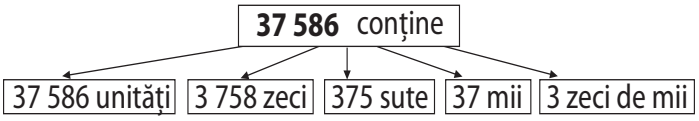


4. Precizează ordinul cifrei 0 (zero) în fiecare dintre numerele: 107; 20 418 579; 20 314 256 791.

Exemplu: În numărul 340 152, cifra 0 are ordinul miilor.

5. a) Observă schema alăturată.

b) Realizează scheme asemănătoare pentru 824 și 36 415.



6. Numărul 2 578 se poate descompune astfel:

$$2\,578 = 257 \times 10 + 8 = 25 \times 100 + 78 = 2 \times 1\,000 + 578 = 2 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 8.$$

Scrie, după model: 36 589 și $\overline{abc}$.

7. Scrie cu cifre numerele din textul lui Mati:

Planeta Pământ se află la aproximativ 150 milioane de kilometri de Soare. Terra s-a format acum aproximativ 4 miliarde și 57 milioane de ani.

8. Observă cifrele numerelor: 851; 158; 518.

Scrie toate numerele naturale de trei cifre diferite, care se pot forma cu cifrele: 1, 5, 8.

9. a) Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 0, 3 și 8?

b) Câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu cifrele 0, 3 și 8?

10. a) Scrie câte un număr de forma: $\overline{254d}$; $\overline{56b}$.

b) Găsește toate numerele de forma $\overline{abc}$, astfel încât $a = 3$ și $b + c = 6$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A

Alege și scrie numai numerele de ordinul sutelor de mii dintre: 358; 1 507 400 200; 528 201; 100 200 300; 300 008; 7 200 148; 123 456; 8 004.

B

Scrie trei numere de ordinul miilor, două numere de ordinul sutelor de mii și un număr de ordinul miliardelor.

C

Precizează:

a) Ce ordin de mărime are numărul elevilor de la tine din școală?

b) Ce ordin de mărime are populația localității în care te afli?

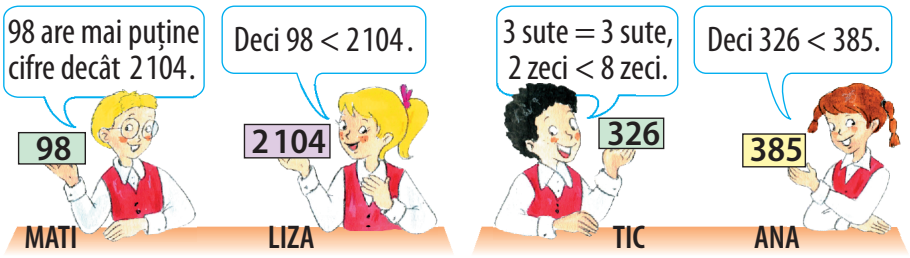
c) Ce ordin de mărime are populația globului?

N Compararea și ordonarea numerelor naturale

Semnul	Denumirea
=	egal
≠	diferit
<	mai mic
>	mai mare

Cum comparăm numerele naturale?

- Observă cum compară numerele copiii din imagine.



Este important să știm:

- Dacă în scrierea numărului natural b se folosesc mai multe cifre decât în scrierea numărului natural a, atunci $a < b$.
- Dacă numerele a și b au același număr de cifre, comparăm succesiv cifrele de același ordin, începând din stânga. Este mai mare numărul la care întâlnim prima cifră mai mare.

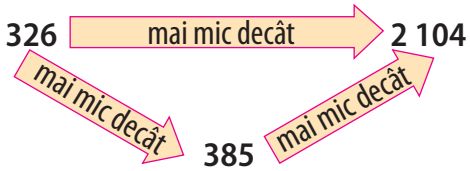
Compară: 98 și 11 111; 33 378 și 33 387.

i Cifrele sunt simboluri! Uneori însă, vorbim despre cifre, dar ne referim la numerele reprezentate de acestea.

i Un număr diferit de zero se numește număr nenul.

Cum ordonăm numerele naturale?

- Pentru a ordona numere naturale, le comparăm două câte două.
  Exemplu: Să ordonăm numerele 326, 2104 și 385. Avem:

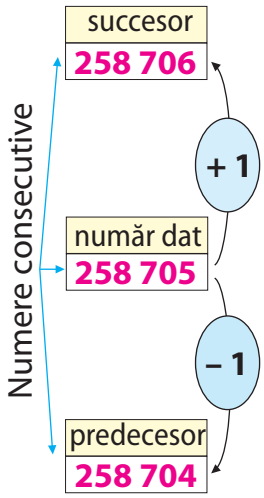


Numerele pot fi ordonate:

- crescător 326 < 385 < 2 104
- descrescător 2 104 > 385 > 326

Desenează o schemă asemănătoare pentru numerele: 7; 243; 342.

Cum ordonăm toate numerele naturale?



- Putem ordona toate numerele naturale într-un șir.
  Obținem astfel șirul numerelor naturale:
  0; 1; 2; 3; … ; 23; 24; 25; … ; 343; 344; 345; …
  În acest șir, observăm că: 3 = 2 + 1; 24 = 23 + 1; 344 = 343 + 1.
  Spunem că: 2 și 3; 23 și 24; 345 și 344 sunt numere naturale consecutive.
- 0 este cel mai mic număr natural.
- Putem parcurge șirul numerelor naturale din 2 în 2:
  – dacă pornim cu 0, obținem 0; 2; 4; …; 98; 100; …; 206; 208; …
  Acestea sunt numere pare.
  – dacă pornim cu 1, obținem 1; 3; 5; …; 99; 101; …; 207; 209; …
  Acestea sunt numere impare.

Precizează paritatea următoarelor numere: 93; 705; 184; 900; 100 000.

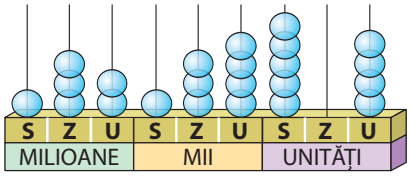
0 1 2 3 … … … … 99 100 101 102 …

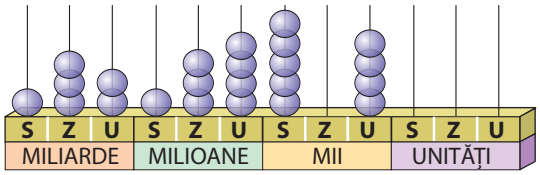
Exersăm, învățăm!

1. Înlocuiește ? cu semnul de relație corespunzător: $=$, $\neq$, $>$, $<$:

a) 234 ? 312; **b)** 381 ? 103; **c)** 442 ? 56; **d)** $100\,082$? $100\,082$.

2. Scrie și compară numerele reprezentate mai jos.





3. *Completează*. Printre numerele: 7; 10; 13; 16; 19; …; 31 sunt ? numere pare.

4. **a)** Scrie în ordine crescătoare numerele: 2 345; 3 245; 2 354; 3 254.
b) Scrie în ordine descrescătoare numerele: 67 892; 9 854; 76 000; 987.

5. Scrie numerele numai cu cifre și apoi ordonează-le crescător:

a) 87 miliarde 504 mii 20; 602 milioane 602; 32 milioane 80 de mii 12.
b) 492 miliarde 5 mii 28; 32 milioane 70 de mii 5; 8 miliarde 12 milioane 100.

6. Găsește toate posibilitățile.

a) Dintre trei numere naturale consecutive unul este 3. Care sunt celelalte?
b) Dintre patru numere naturale consecutive unul este 2. Care sunt celelalte?

7. Numărând crescător din 2 în 2, Ana a ajuns la numărul 683.
De la care dintre numerele: 670, 597, 394 putea ea să pornească?

8. Scrie cel mai mare număr natural de ordinul sutelor de milioane.

9. Pune cifre în locul literelor, pentru a obține propoziții adevărate:

a) $\overline{37a8} > 3781$; **b)** $\overline{450c} < 4501$; **c)** $\overline{17092h} > \overline{g25164}$.

10. Se dau numerele $\overline{42b78}$ și $\overline{427a8}$. Pune cifre în locul literelor, pentru ca:

a) primul număr să fie mai mare decât al doilea;
b) al doilea număr să fie mai mare decât primul.
Scrie câte două soluții pentru fiecare caz.

11. Câte numere naturale impare sunt cuprinse între 80 și 200?

12. Care este cel mai mare număr natural de cinci cifre distincte, care se poate scrie folosind cifrele 0, 2, 4, 6, 8? Dar cel mai mic?





Alege și rezolvă în 5 minute!

A Ordonează crescător: cel mai mare număr de trei cifre, cel mai mic număr de trei cifre, cel mai mic număr impar de două cifre.

B Scrie în ordine crescătoare: cel mai mic număr cu patru cifre diferite; cel mai mare număr format din trei cifre diferite; cel mai mare număr par din trei cifre.

C Scrie în ordine descrescătoare: cel mai mare număr de cinci cifre; cel mai mic număr impar de șase cifre format cu cifre diferite; cel mai mare număr format cu cinci cifre consecutive.

… 20 001 20 000 … 11 387 11 386 11 385 11 384 … 8212 8211 … 959 958 … 721 720 719 718 717 … 578 579 … 716 …

… 299 300 301 … … …

N Axa numerelor. Estimări

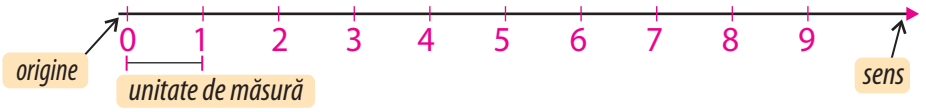
Ce este axa numerelor?



O rază de lumină parcurge distanța dintre Soare și Pământ în circa 8 minute și 19 secunde.

Razele de lumină se deplasează de la Soare la Pământ în linie dreaptă. Originea razelor este Soarele; putem determina distanța de la Soare la Pământ folosind ca unitate de măsură kilometrul.

Este important să știm: Axa numerelor este o linie dreaptă pe care au fost marcate un punct fix, numit origine, un sens de parcurgere și o unitate de măsură.



Terra se află la aproximativ 150 000 000 km de Soare. Ce unitate de măsură ai alege pentru a reprezenta convenabil acest număr pe axă?

Cum estimăm mărimea unor numere?

A estima înseamnă a aprecia mărimea, valoarea etc., pe baza datelor de care dispunem.



Observăm că masa în kilograme a struțului se exprimă printr-un număr de ordinul sutelor, iar cea a elefantului, printr-un număr de ordinul miilor. Cele două numere s-au obținut prin rotunjire la sute, respectiv la mii.

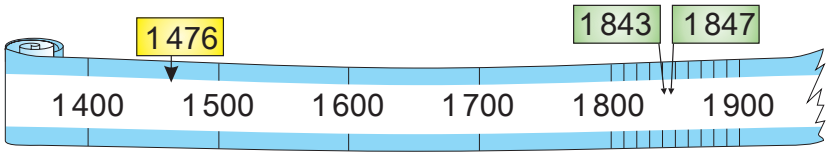
De ce crezi că dialogul de la Muzeul de arheologie este o glumă?

SĂ NE AMUZĂM

La muzeul de arheologie

Un vizitator: Ce vechime are acest meteorit?
Paznicul: 20 000 007 ani.
Vizitatorul: De unde știți atât de exact?
Paznicul: Păi, acum 7 ani, când m-am angajat, mi s-a spus că are 20 000 000 de ani!

Cum aproximăm numerele?



1 476 este mai aproape de 1 500 decât de 1 400. Spunem că rotunjirea lui 1 476 la sute este 1 500. Scriem 1 476 ≈ 1 500.

1 843 este mai aproape de 1 840 decât de 1 850. Spunem că rotunjirea lui 1 843 la zeci este 1 840. Scriem 1 843 ≈ 1 840.

Semnul ≈ se citește „este aproximativ".

Observăm că rotunjirile se pot face prin lipsă sau prin adaos:



Atenție! 235 este egal depărtat de 230 și de 240; rotunjirea se face prin adaos, la 240.

Rotunjește 1847 la sute, apoi la zeci.

Exersăm, învățăm!

1. Informează-te și răspunde!

Cam cât cântărește: **a)** un autoturism; **b)** un avion; **c)** o balenă?

2. Dan a reprezentat numere naturale pe axe. Care dintre reprezentările sale sunt corecte?

a) 0 1 2 3

b) 0 1 2 3 4 5

c) 0 5 1 3 2 4 6

d) 0 1 2 3 87 88 89 90 91

3. Scrie, dintre numerele marcate pe axă, pe cele mai apropiate de 500 decât de 600.

480 490 500 510 520 530 540 550 560 570 580 590 600 610 620

4. Scrie patru numere cuprinse între 540 și 560, mai apropiate de 600 decât de 500.

5. Dintre numerele 500, 600 și 700, care este cel mai apropiat de:

a) 589; **b)** 758; **c)** 699;
d) 512; **e)** 801; **f)** 645?

6. Rotunjește numerele:
5 870; 5 216; 12 952; 37 246; 687 913; 123 456: la zeci, apoi la sute, apoi la mii.

7. Mati și-a cântărit ghiozdanul cu cărți și a constatat că are 3 147 grame. El a spus că ghiozdanul cântărește aproximativ 3 kg. Are dreptate? Explică răspunsul.

8. Rotunjește la un număr întreg de kilograme masele de mai jos.



9. Scrie cinci numere situate între 12 486 și 12 512, care se rotunjesc la:

a) 13 000; **b)** 12 500; **c)** 12 000.

10. Stabilește ordinea în care se află pe axă punctele A, B, C, ale căror coordonate sunt:

a) 123; 121; 125

b) 232 323; 233 223; 232 332.

11. De-a lungul unui râu se află un oraș (O), o fabrică (F) și o hidrocentrală (H). Reprezentăm râul printr-o axă a numerelor. La ce distanțe de oraș se află fabrica și hidrocentrala, dacă unitatea de măsură reprezintă 500 m?

O F H

12. Scrie șirul numerelor de pe fiecare bandă, adăugând încă trei numere potrivite.

120; 124; 128; 132 ...

5 721; 5 724; 5 727; 5 730 ...

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Rotunjește numărul 2 948 la cea mai apropiată: a) zece; b) sută; c) mie.

B Scrie două numere a căror rotunjire la mii este 17 000.

C Scrie două numere a căror rotunjire prin adaos la ordinul sutelor de mii este 2 400 000.

Recapitulăm… rezolvând probleme!

Cum aflăm un număr care îndeplinește condiții date?

Din numărul 5 914 382 se elimină trei cifre astfel încât numărul rămas să fie cel mai mic. Care este noul număr?

Observ și înțeleg

Numărul dat are șapte cifre. Trebuie să aflu ce cifre elimin pentru ca numărul de patru cifre rămas să fie cât mai mic.

Reprezint și planific

5 9 1 4 3 8 2

Încerc să elimin cifrele cele mai mari: ~~5~~ ~~9~~ 1 4 3 ~~8~~ 2

_ _ 1 4 3 _ 2 → 1 432

Oare 1 432 este cel mai mic? Cifra miilor este cea mai mică posibil, dar observ că pe poziția sutelor în numărul inițial se afla 3, iar $300 < 400$. Înseamnă că trebuie să-l elimin pe 4, nu pe 8!

Redactez și explic

Pe primele poziții ale numărului rămas trebuie să fie cifre cât mai mici. Observ că 5 și 9 trebuie eliminate pentru că în acest mod pe prima poziție ajunge cifra 1. Apoi, elimin cifra 4, cedând poziția pentru cifra mai mică următoare: 3. Numărul căutat este 1382.

Verific și dezvolt

Oricare alt număr format cu patru dintre cifre este mai mare decât 1382.

O nouă problemă: Din numărul 5 914 382 se elimină trei cifre astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare. Care este noul număr?

Rezolvă noua problemă.

Cum aflăm toate numerele care îndeplinesc condiții date?

Care sunt numerele pare de patru cifre care au suma cifrelor 2?

Observ și înțeleg

Organizez enunțul în schemă:

Numerele → $\overline{abcd}$, pare, $a+b+c+d=2$.

Reprezint și planific

1) n are forma $\overline{abcd}$ $(a \neq 0)$ → n este între 1000 și 9 999

2) n este par → d este 0, 2, 4, 6 sau 8

3) $a+b+c+d=2$ → $d<2$

Redactez și explic

Numerele căutate au forma $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$. Deoarece $a+b+c+d=2$, $a \neq 0$, iar d este număr par, rezultă că $d=0$.

Din $a+b+c=2$ obținem $a=2$ și $b=c=0$ sau

$a=1$ și $b=1$ și $c=0$ sau

$a=1$ și $b=0$ și $c=1$.

Răspuns: Problema admite trei soluții: 2000, ?, ?.

Verific și dezvolt

2000 – este număr par; are 4 cifre; $2+0+0+0=2$

- *Scrie celelalte soluții și verifică răspunsurile.*
- *Modifică enunțul problemei pentru un număr impar de 5 cifre. Câte soluții admite problema modificată?*

Exersăm, învățăm!

1. Observă explicațiile date de Ana pentru numărul 21 458.



21 458

Aceste două cifre indică numărul miilor.

Numărul cuprinde 21 de mii.

21 458

Aceste trei cifre indică numărul sutelor.

Numărul cuprinde 214 sute.

21 458

Aceste patru cifre indică numărul zecilor.

Numărul cuprinde 2 145 de zeci.

Scrie câte mii, câte sute și câte zeci sunt cuprinse în numerele: 6 495, 76 321, 148 312, 658 826.

2. Scrie câte trei numere în care se cuprind:

a) 53 de mii; **b)** 435 de sute;

c) 1 000 de zeci; **d)** 45 de zeci de mii.

3. Un număr conține 38 de sute. Ce cifră are acest număr pe poziția sutelor?

4. Scrie cu cifre identice un număr de ordinul miilor. Precizează câte mii, sute, zeci și unități se cuprind în acest număr.

5. Sunt date numerele: 33 333, 3 333, 3 030, 330 030, 3 330, 33 030, 333 333.
Alege și scrie numerele în care se cuprind:

a) 33 de mii; **b)** 33 de sute;

c) 33 de zeci de mii; **d)** 333 de mii.

6. Află toate numerele care îndeplinesc condiția: $\overline{67b8} < \overline{6b69}$.

7. Ajută-l pe Tic să așeze fiecare dintre cartonașele cu numere în tabel, pe locurile corespunzătoare: **A**, **B**, **C** sau **D**.

4	13	8	148	16	3172	147	8479

	Pare	Impare
Numere care au cel mult două cifre	A	B
Numere care au cel puțin trei cifre	C	D

8. Estimează circumferința fiecărei planete (exprimată în km) la cea mai apropiată mie.

9. Determină cel mai mare dintre numerele a și b, dacă se știe că numărul a conține 54 de mii, iar numărul b conține 50 004 unități.

10. Liza vrea să-i spună mamei prețul unei biciclete. Ea nu-și amintește exact prețul, dar știe că este un număr de 4 cifre, iar primele două sunt 3 și 7. Care este suma minimă pe care trebuie să o aibă mama, pentru a fi sigură că va putea cumpăra bicicleta?

11. Geo a văzut la magazin mai multe obiecte pe care ar dori să le cumpere. Pentru a ști cu aproximație ce sumă de bani îi trebuie, el s-a gândit să țină minte câte cifre are fiecare preț. Ce ar mai trebui să țină minte: *prima* sau *ultima* cifră a fiecărui preț? De ce?

12. Află cel mai mic, apoi cel mai mare număr par de 5 cifre, care poate fi scris cu:

a) cifre identice;

b) cifre distincte;

c) cifra 7 la ordinul sutelor și cifra 0 la ordinul zecilor.

13. Pentru a numerota paginile unei cărți s-au folosit 183 de cifre. Câte pagini are cartea?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Găsește toate numerele pare formate din trei cifre identice.

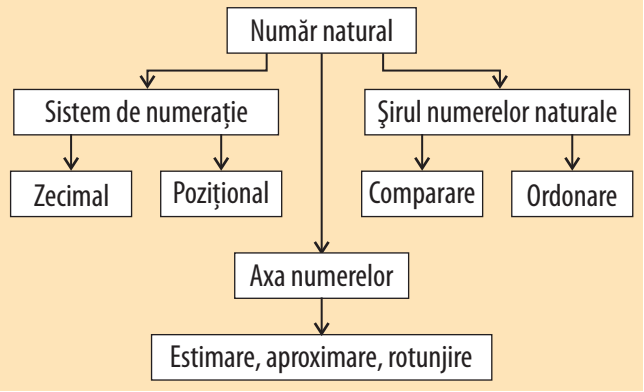
B Găsește toate numerele pare formate din patru cifre consecutive.

C Găsește toate numerele pare formate din patru cifre, care au suma cifrelor 35.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să scriu și să citesc numere naturale;
- să compar și să ordonez numere naturale;
- să rotunjesc numere pentru a le ține minte mai ușor;
- să reprezint pe axă numere naturale;
- să descopăr numere naturale care îndeplinesc condiții date.



Testul 1

1. Scrie cu cifre numerele:

a) șapte sute optzeci și patru;

b) patruzeci și trei de milioane două mii trei;

c) $2 \times 10\,000 + 4 \times 100 + 3 \times 10$.

2. a) Compară numerele:

11 325 și 11 253.

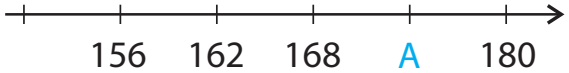
b) Ordonează descrescător:

845 204, 84 204 și 900 000.

3. Alege și scrie, dintre numerele următoare, numai pe cele mai apropiate de 2 600 decât de 2 700:

2 687; 2 648; 2 598; 2 664.

4. Observă axa numerelor:



Ce număr corespunde lui A?

5. Care este cel mai mic număr natural scris cu patru cifre diferite, două pare și două impare?

Testul 2

1. Scrie cu cifre numerele:

a) opt sute șaptezeci și patru;

b) șaizeci și două de milioane două mii doi;

c) $5 \times 10\,000 + 2 \times 100 + 1 \times 10$.

2. a) Compară numerele:

31 580 și 31 941.

b) Ordonează descrescător:

752 315, 75 315 și 800 000.

3. Alege și scrie, dintre numerele următoare, numai pe cele mai apropiate de 2 400 decât de 2 500:

2 462; 2 397; 2 484; 2 448.

4. Observă axa numerelor:



Ce număr corespunde lui B?

5. Care este cel mai mare număr natural scris cu patru cifre diferite, două pare și două impare?

Proiect

Un traseu... matematic

Planul de lucru

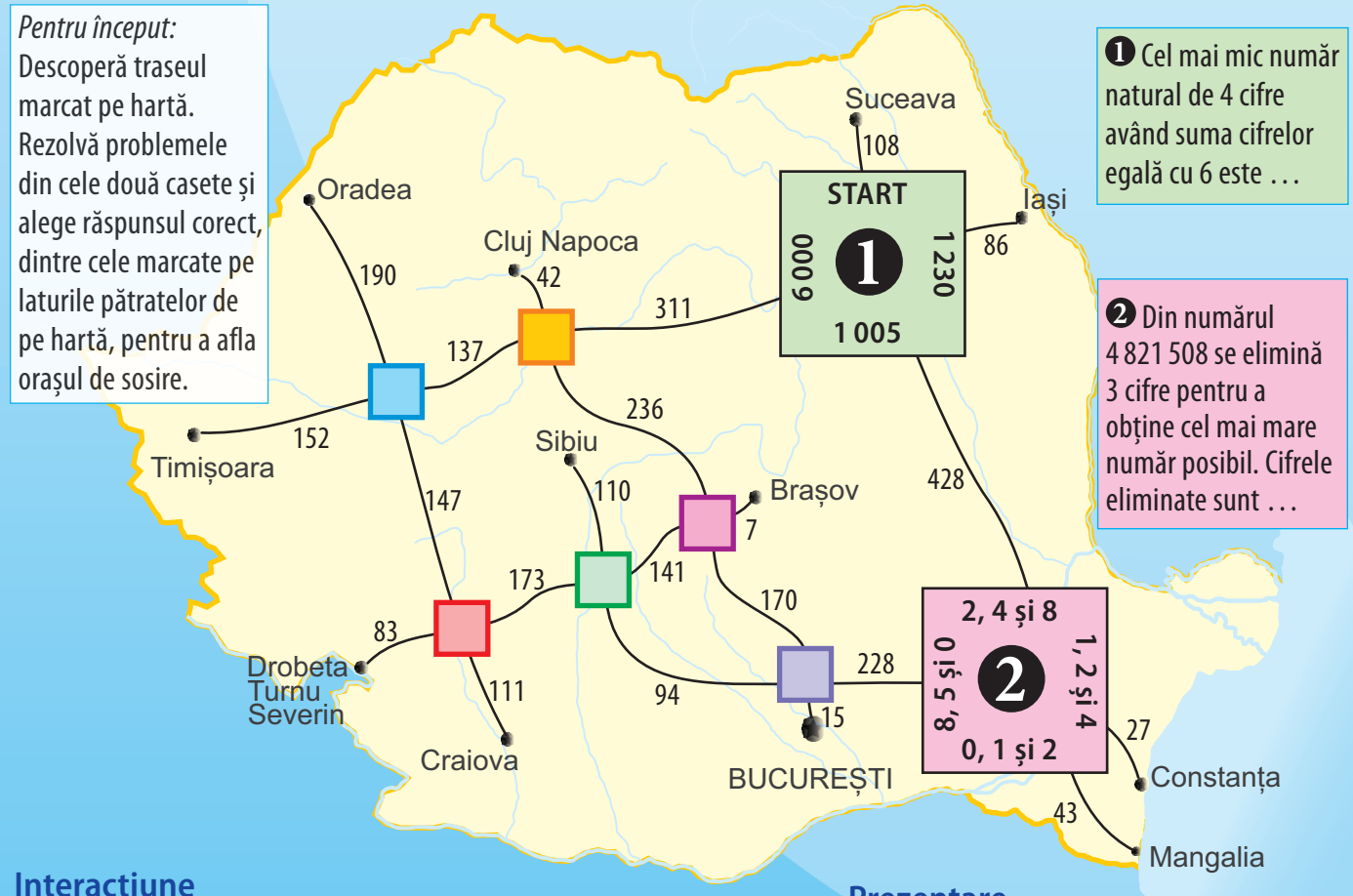
Materiale necesare: coli de hârtie A3 (dimensiuni aprox. 30 cm × 42 cm)
Scop: Veți realiza un „traseu matematic" rezolvând câteva probleme.

Realizarea proiectului

Lucrați în echipe de câte doi, trei sau patru colegi.
În echipa voastră:

- Schițați harta rutieră de mai jos pe coala de hârtie (numerele scrise reprezintă lungimile drumurilor corespunzătoare).
- Alegeți probleme/exerciții din această unitate și asociați-le patru variante de răspuns, dintre care una singură este corectă.
- Scrieți problemele în pătrate, iar variantele de răspuns pe laturile acestora.
- Așezați pătratele cu probleme în zonele de intersecție a drumurilor, având grijă să creați un traseu cu răspunsurile corecte.

Pentru început:
Descoperă traseul marcat pe hartă. Rezolvă problemele din cele două casete și alege răspunsul corect, dintre cele marcate pe laturile pătratelor de pe hartă, pentru a afla orașul de sosire.



❶ Cel mai mic număr natural de 4 cifre având suma cifrelor egală cu 6 este . . .

❷ Din numărul 4 821 508 se elimină 3 cifre pentru a obține cel mai mare număr posibil. Cifrele eliminate sunt . . .

Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- Schimbați între echipe hărțile cu traseele propuse de voi.
- Cereți echipei partenere să descopere orașul/orașele de sosire.

Prezentare

Reprezentanții echipelor partenere prezintă împreună traseele propuse, marcate pe hărțile realizate.

N Adunarea

Ce este suma a două numere naturale?

Elevii au mers în excursie la parcul agro-turistic pentru a planta pomi. Ei au plantat 15 peri și 18 meri. Câți pomi au plantat în total?



Rezolvare: Adunăm numerele: $15 + 18 = 33$

Răspuns: 33 de pomi.

$15 + 18 = 33$

TERMENI TERMENI SUMĂ

Propune și rezolvă o problemă asemănătoare.

Ce proprietăți are adunarea?

- Câți pomi au plantat elevii în total?

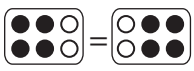
$15 + 18 = 33$ sau $18 + 15 = 33$

În general: $a + b = b + a$ oricare ar fi numerele naturale a și b.

Spunem că adunarea este comutativă.

a comuta = a schimba poziția

Exemplu: $4 + 2 = 2 + 4$



- Elevii au mai plantat 21 de pruni. Câți pomi au plantat în total?

$15 + 18 + 21 = 33 + 21 = 54$ sau $15 + 18 + 21 = 15 + 39 = 54$

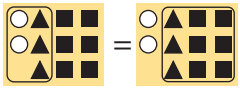
În general: $(a + b) + c = a + (b + c)$ oricare ar fi numerele naturale a, b și c.

Spunem că adunarea este asociativă.

a asocia = a grupa

Exemplu:

$(2 + 3) + 6 = 2 + (3 + 6)$



- În ziua următoare, deoarece a plouat, elevii nu au mai plantat pomi. Câți pomi s-au plantat în total?

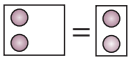
$54 + 0 = 54$

În general: $a + 0 = a$, pentru orice număr natural a.

Zero este elementul neutru pentru operația de adunare.

neutru = nu influențează

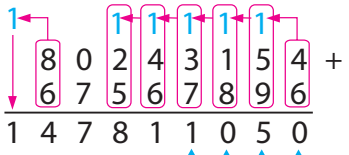
Exemplu: $2 + 0 = 2$



Scrie câte un exercițiu prin care evidențiezi fiecare proprietate.

Cum efectuăm adunarea?

$80\,243\,154 + 67\,567\,896 = ?$



1. Adunăm unitățile
2. Adunăm zecile
3. Adunăm sutele
4. Adunăm miile
5. …

Atenție! Când adunarea este cu trecere peste ordin, adică suma a două cifre de același ordin depășește 10, transformăm zece unități într-o unitate de ordin imediat superior.

Calculează $35\,976 + 247\,025$.

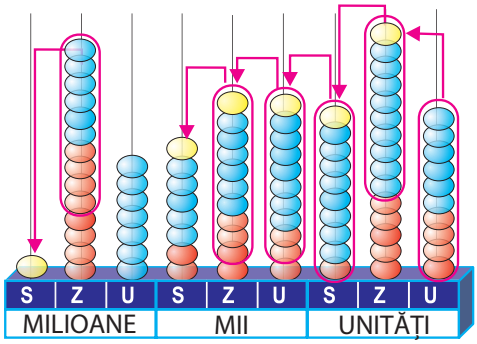
Exersăm, învățăm!

1. *Ștafeta calculului rapid.* Răspunde oral!

7 + 6	9 + 15	23 + 11	58 + 22	50 + 30
8 + 5	7 + 36	50 + 19	47 + 23	82 + 31
9 + 3	4 + 28	72 + 11	86 + 24	79 + 30
7 + 7	8 + 14	37 + 12	29 + 21	42 + 35

2. Observă și explică modul de calcul:

80243154 + 67567896 = ?



3. Calculează și apoi verifică rezultatul, schimbând ordinea termenilor:

a) 14 325 + 145 452 **b)** 11 101 + 110 010

1 803 534 + 83 050 21 897 + 839 786

4. Calculează după modelul dat:

a) 253 + 52 + 647 + 48 = ?

900 ?

b) 99 + 40 + 1 + 60;

c) 1 746 + 248 + 254 + 852;

d) 4 289 + 3 582 + 1 711 + 818.

Explică de ce poți să procedezi ca în model.

5. În luna iunie au vizitat *Muzeul Peleș* 8 452 de elevi, iar în luna iulie cu 3 964 mai mulți elevi. În luna august au venit la muzeu atâția elevi cât în iunie și iulie la un loc. Câți elevi au vizitat muzeul în cele trei luni de vară?

6. Un mod ingenios de a aplica proprietățile adunării a fost descoperit de un copil de vârsta voastră. Acest copil, care a devenit unul dintre marii matematicieni ai lumii, se numea Karl Friedrich Gauss (1777–1855).

a) Observă și discută! Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc cele două exerciții?

b) Calculează suma primelor 25 de numere naturale nenule consecutive.

$1 + 2 + 3 + \ldots + 10 + 11 + \ldots + 18 + 19 + 20 =$

$= 1 + 20 + 2 + 19 + 3 + 18 + \ldots + 10 + 11 =$

$= \underbrace{21 + 21 + \ldots + 21}_{\text{10 termeni}} = 10 \cdot 21 = 210$

$1 + 2 + 3 + \ldots + 15 + 16 + 17 + \ldots + 30 + 31 =$

$= 1 + 31 + 2 + 30 + 3 + 29 + \ldots + 15 + 17 + 16 =$

$= \underbrace{32 + 32 + \ldots + 32}_{\text{15 termeni}} + 16 = 15 \cdot 32 + 16 = 496$

7. Calculează numerele cu 259 mai mari decât: 73; 185; 2 038; 15 836; 9 876 543.

8. Observă harta de la pagina 19 și calculează distanța pe șoselele marcate dintre Oradea și Iași.

9. Calculează:

a) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6;

b) 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60.

10. Calculează:

a) 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16;

b) 21 + 31 + 41 + 51 + 61.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie numărul 101 ca sumă de doi termeni.

B Scrie numărul 1 246
a) ca sumă de doi termeni;
b) ca sumă de trei termeni.

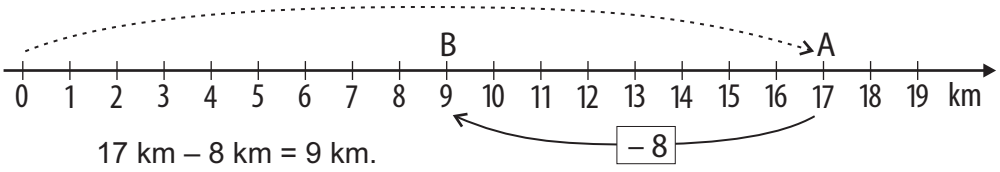
C Scrie numărul 57 008 ca sumă de:
a) doi termeni; b) trei termeni;
c) doi termeni egali.

N Scăderea

Cum se obține diferența a două numere naturale?

Ilie a plecat cu bicicleta la pescuit. După ce a parcurs 17 km, și-a amintit că a uitat undița acasă. S-a întors din drum, dar după 8 km bicicleta s-a defectat. Câți kilometri mai are de parcurs până acasă?

Rezolvare: Ilustrăm pe axa numerelor datele problemei:



17 km – 8 km = 9 km.

Răspuns: 9 km.

$17 - 8 = 9$

DESCĂZUT SCĂZĂTOR DIFERENȚĂ

Scăderea este operația inversă adunării.

$9 \xrightarrow{+8} 17 \xrightarrow{-8} 9$

$650 \xrightarrow{-130} 520 \xrightarrow{+130} 650$

Folosind legătura dintre adunare și scădere, putem efectua:

proba scăderii	$17 - 8 = 9$	**proba adunării**	$520 + 130 = 650$
prin adunare:	$9 + 8 = 17$ $8 + 9 = 17$	prin scădere:	$650 - 520 = 130$ $650 - 130 = 520$
prin scădere:	$17 - 9 = 8$	prin adunare:	$130 + 520 = 650$

Calculează 197 – 53, *apoi efectuează proba în trei moduri.*

Cum efectuăm scăderea?

- 8 568 974 – 3 243 631 = ?

8	5	6	8	9	7	4	–
3	2	4	3	6	3	1	
5	3	2	5	3	4	3	

1. 4 – 1 = **3** (unități)
2. 7 – 3 = **4** (zeci)
3. 9 – 6 = **3** (sute)
4. 8 – 3 = **5** (mii)
5. 6 – 4 = **2** (zeci de mii)
6. 5 – 2 = **3** (sute de mii)
7. 8 – 3 = **5** (milioane)



Este util să știi să faci scăderi pentru a calcula restul, atunci când faci cumpărături.

- 825 639 – 613 478 = ?

Cum gândim?

$[800\,000 + 20\,000 + 5\,000 + \overset{500}{\cancel{600}} + \overset{130}{30} + 9] -$
$[600\,000 + 10\,000 + 3\,000 + 400 + 70 + 8]$
$200\,000 + 10\,000 + 2\,000 + 100 + 60 + 1$

212 161

Cum calculăm?

					5	13	
		8	2	5	6	3	9 –
		6	1	3	4	7	8
		2	1	2	1	6	1

Efectuează 2 124 – 985.

Exersăm, învățăm!

1. *Ștafeta calculului rapid*. Răspunde oral!

10 – 7	25 – 9	34 – 22	80 – 16	300 – 60
11 – 8	32 – 7	58 – 13	50 – 23	400 – 50
15 – 9	45 – 8	49 – 31	70 – 48	500 – 60
18 – 9	73 – 4	82 – 50	60 – 19	700 – 70

2. Completează pătratul magic alăturat, în care obținem aceeași sumă pe linii, pe coloane și pe diagonale:

8	3	
	5	
		2

3. Ce rest primesc la o bancnotă de 100 lei dacă am cumpărat o carte de 39 de lei?

4. Efectuează exercițiile și verifică rezultatele prin adunare.

a) 45 826 – 4 524; 75 289 – 4 281;

b) 45 364 – 7 692; 314 562 – 43 679;

c) 8 207 103 – 83 327; 500 000 – 25 127.

5. Află diferența numerelor:

a) 874 205 și 54 020 **b)** 234 185 și 15 629

c) 320 004 și 15 152 **d)** 127 826 și 9 999

6. Înlocuiește ? cu numere naturale potrivite. Dacă se poate, scrie toate soluțiile. În caz contrar, scrie câte trei soluții. Lucrează cu numere cât mai mici.

a) 19 – ? = 2 + ?

b) 19 – ? = 2 – ?

c) 19 – ? = ? – 2

d) 19 – ? = ? + 2

e) 19 + ? = ? – 2

f) ? – 19 = 2 + ?

g) ? – 19 = 2 – ?

h) ? – 19 = ? – 2

i) ? – 19 = ? + 2

j) ? + 19 = ? – 2

7. Desenează și completează tabelul:

	Anul nașterii	Vârsta în anul		
		2000	2005	2017
Andrei	?	13	?	?
Tata	?	?	?	62
Mama	?	?	49	?

8. Calculează:

a) 12 530 – 11 304; **b)** 1 700 100 – 137 811;

c) 3 001 001 – 972 009; **d)** 10 000 000 – 123 123.

9. Calculează și verifică:

876 594 368 – 321 580 134;

901 901 901 – 109 109 109.

10. Află numărul cu 567 243 mai mic decât:

a) 897 524; **b)** 678 915.

11. Observă harta rutieră de la pagina 19.

a) Cu cât este mai lung drumul de la Oradea la Iași, față de cel de la Oradea la Cluj?

b) Un călător a mers de la Oradea la Iași, apoi s-a întors la Cluj. Ce distanță a parcurs?

12. Din suma numerelor 437 și 325, scade diferența lor.

13. Transcrie, apoi completează tabelele:

a)

a	b	$a - b$
12	8	?
205	75	?
1 007	1 000	?
2 524	1 783	?

b)

a	b	$a - b$
28	?	8
316	?	116
?	5	90
?	153	287

14. Reconstituie exercițiile:

a)
$$\begin{array}{r} 3\,*\,7- \\ *\,9\,8 \\ \hline 1\,2\,9 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 7\,6\,5\,4- \\ *\,*\,* \\ \hline 7\,0\,3\,8 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r} 2\,4\,*\,8- \\ 2\,5\,* \\ \hline *\,*\,6\,3 \end{array}$$

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează și verifică:
10 001 – 987.

B a) Calculează și verifică 1 000 058 – 54 975.
b) Află suma, apoi diferența numerelor 123 456 și 54 321.

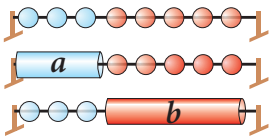
C a) Calculează și verifică 45 007 245 – 9 876 543.
b) Din suma numerelor 12 345 678 și 456 789 scade diferența lor.

N

Legătura dintre adunare și scădere

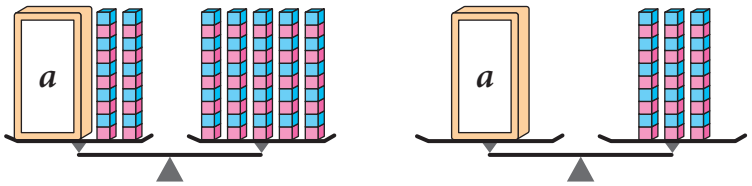
Cum folosim legătura dintre adunare și scădere?

Să observăm:



$a + 5 = 8$
$a = 8 - 5$

$3 + b = 8$
$b = 8 - 3$



$a + 20 = 50$
$a = 50 - 20$
$a = 30$

Legătura dintre adunare și scădere permite:

- Efectuarea probei adunării prin scădere și a probei scăderii prin adunare.
- Aflarea unui număr necunoscut:

Exemple:

$x + 40 = 85$	$y - 60 = 40$	$50 - z = 20$
$x = 85 - 40$	$y = 40 + 60$	$z = 50 - 20$
$x = 45$	$y = ?$	$z = ?$

Pornind de la $76 + 54 = 130$, *scrie alte trei egalități.*

La ce sunt utile estimările?

- ***Estimarea sumei***

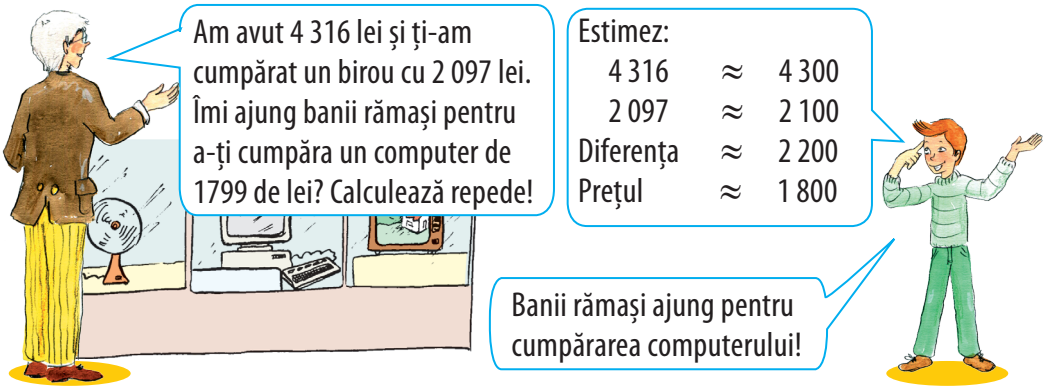
Ana i-a cerut lui Tic să rezolve rapid exercițiul: $2\,123\,965 + 827\,546 = ?$
Tic a folosit minicalculatorul.

- De ce consideră Ana că suma nu poate fi un număr de 8 cifre?
- Unde a greșit Tic: la apăsarea tastelor cu cifre sau la apăsarea tastei pentru efectuarea operației?



$2\,123\,965 \approx 2\,000\,000$
$827\,546 \approx 1\,000\,000$
Suma estimată: $\approx 3\,000\,000$

- ***Estimarea diferenței***



Rotunjește la ordinul milioanelor numerele 589 123 123 *și* 7 654 321 *pentru a aproxima suma, apoi diferența lor.*

Cum folosim parantezele?

Efectuăm operațiile în următoarea ordine:

$20 + \{13 - [9 - (2 + 4)]\}$

1. $2 + 4 = 6$
2. $9 - 6 = 3$
3. $13 - 3 = 10$
4. $20 + 10 = 30$

$20 + \{13 - [9 - (2 + 4)]\} = 20 + [13 - (9 - 6)] =$
$= 20 + (13 - 3) =$
$= 20 + 10 =$
$= 30$



Efectuează: $50 - \{9 + [11 - (2 + 3)]\}$.

Exersăm, învățăm!

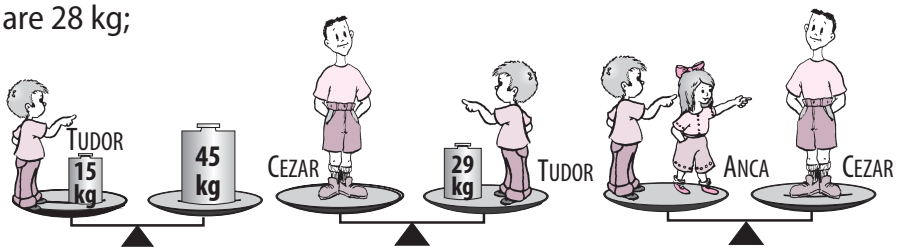
1. Află numerele necunoscute din tabele:

a	1 425	35 861	14 309 000
b	701	18 409	?
$a - b$	?	?	9 879

a	34 523	?	42 104
b	?	26 091	?
$a + b$	113 897	85 979	842 210 000

2. Balanțele de mai jos sunt în echilibru.
Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate și care false? Motivează.

a) Tudor are 30 kg; **b)** Anca are 28 kg;
c) Cezar este mai greu decât Anca;
d) Tudor este mai ușor decât Cezar;
e) Tudor cântărește cu 29 kg mai mult decât Cezar.



3. Descoperă rapid, prin rotunjirea numerelor, exercițiile greșite, apoi corectează-le.
a) $52\,348 + 18\,563 = 60\,911$;
b) $5\,849 - 3\,296 = 2\,653$;
c) $1\,564\,897 - 986\,345 = 778\,552$.

4. Calculează: **a)** $25 - [10 - (2 + 3)]$;
b) $100 - \{20 - [10 - (5 - 2)]\}$.

5. Află numărul necunoscut:
a) $x + 26 = 50$; **b)** $y - 20 = 130$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A
a) Estimează suma, prin rotunjirea la mii a numerelor: 76 920 și 34 912.
b) Efectuează: $10 - (2 + 6)$.

B
a) Estimează suma dintre 27 102 405 și 12 202 703 prin rotunjirea la milioane.
b) Calculează $7 + [9 - (4 - 3)]$.

C
a) Estimează, rotunjind la zeci de milioane: $192\,989\,509 + 219\,924\,132$.
b) Calculează:
$200 - \{99 - [9 - (5 - 4)]\}$.

N Înmulțirea

Ce este produsul a două numere naturale?

Un robot ambalează câte 25 de ciocolate pe minut.
Câte ciocolate împachetează robotul în 6 minute?

Rezolvare: De 6 ori câte 25 → 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 = 150
$6 \cdot 25 = 6 \times 25 = 150$ (ciocolate)

$6 \cdot 25 = 150$
FACTORI PRODUS

Este important să știm:

- Scrierea $6x$, unde x este număr natural, înseamnă $6 \cdot x$, adică de 6 ori x.
- $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$, pentru orice număr natural x.
- $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$, pentru orice număr natural x.

Propune și rezolvă o problemă asemănătoare.

Ce proprietăți are înmulțirea?

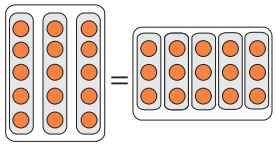
- Într-o cutie încap 8 ciocolate. Câte ciocolate încap în 4 cutii?
  Dar dacă sunt 8 cutii și se pun 4 ciocolate în fiecare cutie?

Rezolvare:

De 4 ori câte 8: $4 \cdot 8 = 8 + 8 + 8 + 8 = 32$
De 8 ori câte 4: $8 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 32$
Deci: $4 \cdot 8 = 8 \cdot 4$

În general: $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice numere naturale a și b.
Înmulțirea este comutativă.

a comuta = a schimba poziția



$5 \times 3 = 3 \times 5$

- Un robot ambalează 25 de ciocolate pe minut.
  Câte ciocolate vor împacheta 4 astfel de roboți în 10 minute?

Rezolvare:

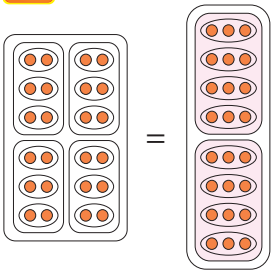
Metoda I: $(4 \cdot 25) \cdot 10 = 100 \cdot 10 = 1000$

Metoda a II-a: $4 \cdot (25 \cdot 10) = 4 \cdot 250 = 1000$

Deci, $(4 \cdot 25) \cdot 10 = 4 \cdot (25 \cdot 10) = 4 \cdot 25 \cdot 10$.

În general: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, pentru orice numere naturale a, b și c.
Înmulțirea este asociativă.

a asocia = a grupa



$4 \cdot (3 \cdot 2) = (4 \cdot 3) \cdot 2$

- Un robot care ambalează 25 de ciocolate pe minut lucrează 10 minute, se oprește o secundă, apoi continuă încă 20 de minute. Câte ciocolate împachetează în tot acest timp?

Rezolvare:

Metoda I: $25 \cdot (10 + 20) = 25 \cdot 30 = 750$

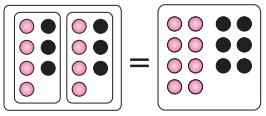
Metoda a II-a: $25 \cdot 10 + 25 \cdot 20 = 250 + 500 = 750$

Deci $25 \cdot (10 + 20) = 25 \cdot 10 + 25 \cdot 20$

În general: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

Înmulțirea numerelor naturale este distributivă față de adunare și scădere.

a distribui = a repartiza



$2 \cdot (4 + 3) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3$

Propune și ilustrează câte un exemplu numeric pentru fiecare proprietate.

Exersăm, învățăm!

1. *Ștafeta calculului rapid.* Răspundeți oral!

2×9	10×6	3×30	50×9	8×800
5×4	11×5	4×50	80×6	7×900
7×8	12×4	6×10	70×8	9×600
6×7	13×3	7×20	60×7	6×400

2. Un kilogram de mere costă 3 lei și un kilogram de struguri costă 11 lei. Atunci, 4 kg de mere și 3 kg de struguri costă … lei.

3. Află numerele naturale n și p știind că $(n + 1) \cdot (p - 3) = 15$. Scrie toate soluțiile!

4. Calculează: **a)** 24×7 **b)** 325×6

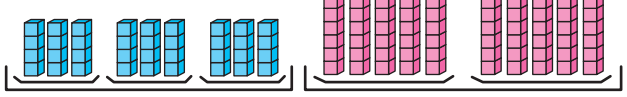
92×6 0×989

c) 9×100 **d)** 100×26 **e)** 324×3

827×10 10×728 143×6

5. Exprimă numărul total de cuburi în două moduri, folosind adunări și înmulțiri:

a) **b)**



6. *Adevărat sau fals?* Explică răspunsul dat.

$4 \cdot 7 < 4 \cdot 9$ $5 \cdot 3 \cdot 19 = 19 \cdot 5 \cdot 3$

$8 \cdot 15 = 12 \cdot 10$ $11 \cdot (4 + 8) = 12 \cdot 11$

$27 \cdot 3 = 2 \cdot 37$ $15 \cdot 9 \cdot 4 < 9 \cdot 15 \cdot 6$

$25 \cdot 43 = 43 \cdot 25$ $18 \cdot (7 + 9) > 18 \cdot 7 \cdot 9$

7. Ema brodează un șervețel în 4 zile. În prima zi coase 5 flori, iar în fiecare dintre următoarele zile dublul numărului de flori lucrate în ziua precedentă. Câte flori are modelul șervețelului?

8. Află produsul numerelor:

a) 37 și 7; **b)** 157 și 6; **c)** 342 și 2.

9. Consider toate perechile de numere naturale al căror produs este 16. Suma maximă a celor două numere este …

10. Află produsul numerelor impare cuprinse între: **a)** 2 și 10; **b)** 20 și 24.

11. Efectuează, grupând factorii, astfel încât să calculezi mai rapid.

a) $25 \times 7 \times 2$ **b)** $8 \times 4 \times 25$

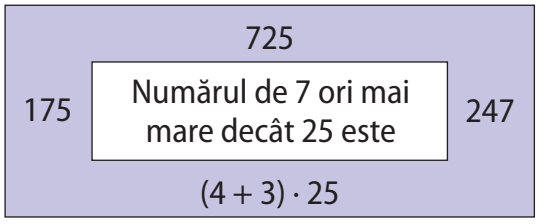
$7 \times 25 \times 4$ $50 \times 6 \times 2$

$25 \times 3 \times 8$ $150 \times 3 \times 2$

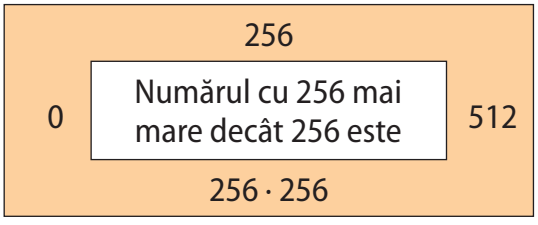
Exemplu
$25 \times 7 \times 2 =$
$= 25 \times 2 \times 7 =$
$= 50 \times 7 = ?$

12. Rezolvă problemele și alege toate răspunsurile corecte dintre variantele date.

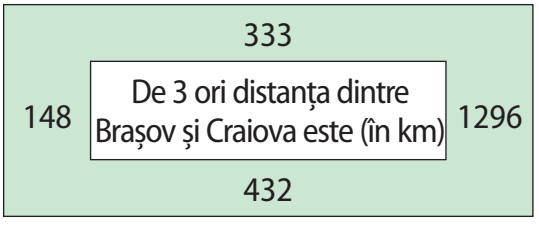
a)



b)



c)



Alege și rezolvă în 5 minute!

A

a) Compară: $3 \times 15 \,?\, 30$

$2 \times (3 + 4) \,?\, 6 + 8$

b) Află numărul de 12 ori mai mare decât 19.

B

a) Compară:

$86 \times 14 \,?\, 86 \times 15$

$15 \cdot (10 + 3) \,?\, 150 + 15$

b) Află numărul de 25 de ori mai mare decât 178.

C

a) Compară: $53 \times 14 \,?\, 14 \times 35$

$29 \cdot (61 - 15) \,?\, (61 - 14) \cdot 29$

b) Robotul Metric dublează orice număr pe care îl atinge. El a atins numărul 148, apoi de încă 5 ori a atins rezultatele. Ce a obținut în final?

Înmulțirea: proceduri de calcul

Cum efectuăm înmulțirea?

Produsul a două numere naturale e tot un număr natural.

$2 \times 243 = ?$

Descompunem:

$$2 \times 243 = 2 \times (200 + 40 + 3) =$$
$$= 2 \times 200 + 2 \times 40 + 2 \times 3) =$$
$$= 400 + 80 + 6 =$$
$$= 486$$

Explicăm:

$$\begin{array}{r} 243 \times \\ \quad 2 \\ \hline 486 \end{array}$$

1. $2 \times 3 = 6$
2. $2 \times 4 = 8$
3. $2 \times 2 = 4$

Organizăm:

2	4	3	×
		2	
4	8	6	

$3\,264\,514 \times 12 = ?$

Descompunem:

$$3\,264\,514 \times 12 = 3\,264\,514 \times (10 + 2) =$$
$$= 3\,264\,514 \times 10 + 3\,264\,514 \times 2 =$$
$$= 32\,645\,140 + 6\,529\,028 =$$
$$= 39\,174\,168$$

Organizăm:

	3	2	6	4	5	1	4	×
						1	2	
	6	5	2	9	0	2	8	
3	2	6	4	5	1	4		
3	9	1	7	4	1	6	8	

produse parțiale



(sursa: Wikipedia)

Vechile mașini de calculat rezolvau înmulțirile efectuând sumele de produse.

Observă calculul: $1356 \cdot 427 = ?$

$$1356 \cdot 427 = 1356 \cdot (400 + 20 + 7) =$$
$$= 1356 \cdot 400 + 1356 \cdot 20 + 1356 \cdot 7 =$$
$$= 542\,400 + 27\,120 + 9\,492 =$$
$$= 579\,012$$

$$\begin{array}{r} 1356 \times \\ 427 \\ \hline 9492 \\ 2712 \\ 5424 \\ \hline 579012 \end{array}$$

Ce crezi că s-a întâmplat cu cifrele de 0 de la sfârșitul termenilor?

Cum folosim factorul comun?

Vlad și Dan culeg struguri într-o găleată de 3 kg și o găleată de 5 kg. Vlad a făcut 4 drumuri cu găleata plină cu 3 kg de struguri și 4 drumuri cu găleata plină cu 5 kg de struguri. Dan a făcut 4 drumuri cu ambele găleți pline.

Ce cantitate de struguri a transportat fiecare?

Vlad a transportat: $4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 12 + 20 = 32$ (kg), iar

Dan a transportat: $4 \cdot (3 + 5) = 4 \cdot 8 = 32$ (kg).

Să observăm! $4 \cdot 3 + 4 \cdot 5 = 4 \cdot (3 + 5)$

În general: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$, oricare ar fi numerele a, b și c.

comun = aparține fiecăruia

Deoarece factorul a apare în fiecare dintre produsele $a \cdot b$ și $a \cdot c$, spunem că a este factor comun. Egalitatea de mai sus exprimă scoaterea factorului comun.

Calculează în două moduri câte creioane are Ana în total, dacă a primit de 3 ori câte 6, apoi de 3 ori câte 4 creioane.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează: **a)** $3\,456 \times 7$; **b)** $12\,325 \times 8$;
c) $2\,127\,421 \times 36$; **d)** $14\,325\,156 \times 23$.

2. Un caiet costă 6 lei și un stilou costă 27 lei. Calculează în două moduri cât costă 5 caiete și 5 stilouri.

3. O mașină parcurge în fiecare zi lucrătoare traseul Iași – Oradea – Iași. Observă harta rutieră de la pagina 19 și află ce distanță parcurge mașina într-o săptămână.

4. Efectuează exercițiile propuse în tabel. Observă cum cresc factorii și produsele. Discută cu un coleg/colegă și scrie cu cât este mai mare fiecare rezultat decât precedentul.

a	1 234	1 235	1 235	1 236	1 236
b	7	7	8	8	9
$a \times b$	?	?	?	?	?

5. Observă exercițiile rezolvate mai jos. Rezolvă asemănător exercițiile propuse.

$5 \cdot 2 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot (2 + 7) = 5 \cdot 9 = 45$
$6 \cdot 8 - 6 \cdot 5 = 6 \cdot (8 - 5) = 6 \cdot 3 = 18$
$25 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot 5 + 5 \cdot 7 = 5 \cdot (5 + 7) = 5 \cdot 12 = 60$
$35 - 15 = 5 \cdot 7 - 5 \cdot 3 = 5 \cdot (7 - 3) = 5 \cdot 4 = 20$
$16 \cdot 85 + 16 \cdot 15 = 16 \cdot (85 + 15) = 16 \cdot 100 = 1\,600$
$30 + 50 + 170 = 10 \cdot (3 + 5 + 17) = 10 \cdot 25 = 250$
Atenție! $7 \cdot 99 + 7 = 7 \cdot 99 + 7 \cdot 1 = 7 \cdot (99 + 1)$

a) $6 \cdot 2 + 6 \cdot 7 = ?$
b) $9 \cdot 8 - 9 \cdot 5 = ?$
c) $25 + 5 \cdot 12 = ?$
d) $45 - 15 = ?$
e) $16 \cdot 888 + 16 \cdot 112 = ?$
f) $60 + 80 + 320 = ?$
g) $4 \cdot 99 + 4 = ?$

6. Află numărul de 377 ori mai mare decât 176.

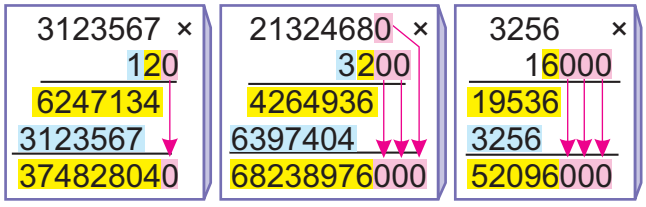
7. Află produsul numerelor 2 351 și 58 948.

8. Scoate factorul comun, apoi calculează:
a) $28 \cdot 14 + 28 \cdot 16$ **b)** $99 \cdot 11 - 99$

9. Calculează și compară:
a) $201 \times 64 \bigcirc 604 \times 21$
b) $43 \times 156 \bigcirc 56 \times 143$
c) $25 \times 4\,607 \bigcirc 2\,507 \times 46$



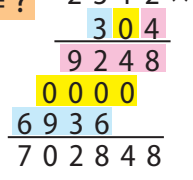
10. Observă cum calculăm atunci când un factor are ultimele cifre zerouri, apoi rezolvă exercițiile.

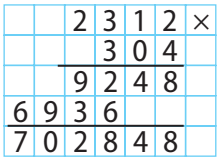


a) $786\,008 \times 3\,100$
b) $1\,125\,030 \times 12\,000$
c) $4\,536\,120 \times 23\,000$
d) $2\,342\,005 \times 18\,000$

11. Observă cum calculăm atunci când unul dintre factori are cifra zero în interior, apoi rezolvă exercițiile.

2 312 × 304 = ?





a) $6\,054\,307 \cdot 402 = ?$
b) $7\,087\,114 \cdot 108 = ?$
c) $300\,123 \cdot 5\,040 = ?$
d) $400\,346 \cdot 2\,060 = ?$

Alege și rezolvă în 5 minute!

A a) Află produsul numerelor 25 și 124 005.
b) Scoate factorul comun și calculează $5 \cdot 8 + 5 \cdot 6$.

B a) Calculează $1294 \cdot 234\,125$.
b) Scoate factorul comun și calculează $25 \cdot 17 - 25 \cdot 6$.

C a) Află produsul numerelor 58 769 și 479 689.
b) Scoate factorul comun și calculează $5 \cdot 6 \cdot 14 - 5 \cdot 2 \cdot 7$.

N

Înmulțirea: priorități în calcul și estimări

Care sunt regulile de prioritate în calcul?

- Într-un exercițiu fără paranteze în care apar numai adunări sau scăderi, acestea se efectuează în ordinea în care sunt scrise.

Exemplu: $75 - 30 + 20 = ?$

$45 = 45 + 20 =$

$65 = 65$

$a + b - c$

1 2

- Într-un exercițiu fără paranteze în care apar numai înmulțiri, acestea se pot efectua în ordinea în care sunt scrise.

Exemplu: $125 \cdot 5 \cdot 3 = ?$

$625 = 625 \cdot 3 =$

$1875 = 1875$

$a \times b \times c$

1 2

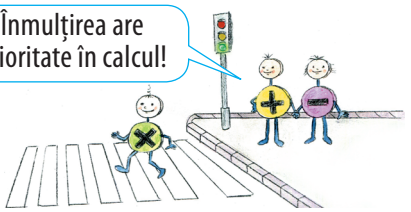
- Într-un exercițiu fără paranteze în care apar adunări, scăderi și înmulțiri, se efectuează întâi înmulțirile, apoi adunările sau scăderile.

Exemple:

$532 + 25 \times 8 = 532 + 200 = 732$

$5 \times 174 - 9 \times 46 = 870 - 414 = 456$

870 414



Înmulțirea este o adunare repetată. De aceea, calculăm astfel:

$5 + 3 \times 4 =$

$= 5 + 4 + 4 + 4 =$ (de 3 ori)

$= 5 + 12 = 17$

Scrie pe caiet exercițiul următor, apoi completează căsuțele cu numerele de la 1 la 6, pentru a arăta ordinea în care efectuezi operațiile.

$15 + 31 \cdot 42 - 4 \cdot 17 + 3 - 7$

? ? ? ? ? ?

La ce sunt utile estimările?



Numărul creioanelor din imagine este de ordinul: zecilor? sutelor? miilor? zecilor de mii?

Ana a încercat să rezolve un exercițiu folosind minicalculatorul.

Ea a obținut: $99\,854 \times 11 + 1\,201\,436 =$ 109820

Mati a privit rezultatul câteva secunde, apoi a exclamat:

– În mod sigur ai folosit greșit tastele calculatorului!

Iată cum a gândit el:



se rotunjește la

$99\,854 \rightarrow 100\,000$

$11 \rightarrow 10$

$99\,854 \times 11 \rightarrow 1\,000\,000$

$1\,201\,436 \rightarrow 1\,000\,000$

$99\,854 \times 11 + 1\,201\,436 \rightarrow 2\,000\,000$

Rezultatul se estimează la 2 000 000; nu poate fi de ordinul sutelor de mii!

Folosește estimări pentru a constata dacă exercițiul următor a fost rezolvat corect sau nu: $76\,549 \times 98 = 751\,802$.

Exersăm, învățăm!

1. Efectuează respectând ordinea operațiilor.

a) $3 \times 5 + 6$ $\quad$ $4 \times 8 + 5$ $\quad$ $7 \times 9 + 7$ $\quad$ $8 \times 6 + 8$

b) $3 \times 4 + 5 \times 8$ $\quad$ $6 \times 9 + 8 \times 7$ $\quad$ $5 \times 9 + 3 \times 6$ $\quad$ $11 \times 8 + 7 \times 6$

2. La florărie, o garoafă costă 3 lei, un crin costă 15 lei, iar o crizantemă 6 lei. Alisa cumpără un buchet având: un crin, 4 garoafe și 6 crizanteme. Cât costă buchetul?

3. Irina cumpără 3 cutii de bomboane de câte 19 lei și 4 cutii de câte 22 lei. Estimează dacă îi ajung 130 lei, apoi calculează restul primit la 200 lei.

4. Compară produsele fără a calcula:

$4 \times 29 \bigcirc 4 \times 39$ $\quad$ $26 \times 2 \bigcirc 35 \times 2$

$68 \times 2 \bigcirc 48 \times 1$ $\quad$ $62 \times 2 \bigcirc 7 \times 86$

5. *Adevărat sau fals?* Folosește estimări.

a) 250 lei ajung pentru a cumpăra 8 cărți la prețul de 26 lei.

b) 350 lei ajung pentru a cumpăra 9 cămăși la prețul de 41 lei.

c) 90 lei nu ajung pentru a cumpăra 4 mașinuțe la prețul de 28 lei.

d) 250 lei nu ajung pentru a cumpăra 5 păpuși la prețul de 43 lei.

6. Află prin estimare câte cifre au produsele. Verifică apoi prin calcul.

a) 42×39; **b)** 39×48; **c)** 91×82.

7. Observă harta de la pagina 19. Aproximează la ordinul sutelor distanța dintre Constanța și Craiova, apoi calculează eroarea făcută.

8.

a)

776 și 28

776 și 378 | $100 - 3 \times 8 = ?$ $\quad$ $70 - 7 \times 6 = ?$ Rezultatele corecte sunt: | 76 și 378

76 și 28

b)

72 și 81

0 și 3456 | $12 \times 9 - 9 \times 4 = ?$ $\quad$ $25 \times 9 - 9 \times 16 = ?$ Rezultatele corecte sunt: | 81 și 81

0 și 0

c)

880 și 654

3960 și 654 | $88 \times 5 + 55 \times 8 = ?$ $\quad$ $67 \times 12 - 10 \times 15 = ?$ Rezultatele corecte sunt: | 3960 și 12704

880 și 12704

9. Calculează, respectând ordinea operațiilor:

a) $29 \times 3 + 75$; $\quad$ $989 - 8 \times 18$;

b) $124 + 6 \cdot 38 - 89$; $\quad$ $345 - 3 \cdot 13 + 39$;

c) $525 - 809 \cdot 0 \times 387$; $\quad$ $725 + 97 \cdot 17 + 86$.

10. Estimează produsele pentru a descoperi rapid rezultatele greșite.

a) $123 \times 56 = 688$; **b)** $9\,876 \times 12 = 11\,512$;

c) $56\,987 \times 120 = 683\,840$.

11. Calculează și apoi așază pe axă rezultatele.

$17 \cdot 13$; $\quad$ $18 \cdot 13$; $\quad$ $19 \cdot 13$; $\quad$ $16 \cdot 14$;

$17 \cdot 14$; $\quad$ $18 \cdot 14$; $\quad$ $19 \cdot 14$; $\quad$ $15 \cdot 15$.

12. Câte numere naturale sunt cuprinse între:

a) 3×15 și 3×16; **b)** 5×26 și 5×27?

13. Care este cel mai mic produs care se poate obține înmulțind un număr de trei cifre cu unul de două cifre? Dar cel mai mare?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Rezultatul calculului 9×123 nu poate fi 111 107. Explică, aproximând numerele.

B Rezultatul calculului $8 \times 2\,479$ nu poate fi 119 832. Explică, aproximând numerele.

C Rezultatul calculului $113 \times 38\,765$ nu poate fi 43 380 445. Explică, aproximând numerele.

Împărțirea numerelor naturale

Ce înțelegem prin împărțirea cu rest?

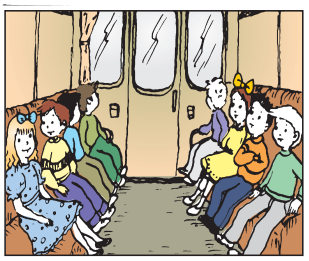
DEÎMPĂRȚIT — ÎMPĂRȚITOR

$50 \mid 8$
$48 \mid 6$ ← CÂT
2 ← REST

$d = î \cdot c + r,\ r < î$

i Restul este un număr natural mai mic decât împărțitorul.

50 de elevi vor pleca la munte cu trenul. Într-un compartiment sunt 8 locuri. Care este numărul minim de compartimente care trebuie rezervate?



1 ⇢ 50 – 8
2 ⇢ 42 – 8
3 ⇢ 34 – 8
4 ⇢ 26 – 8
5 ⇢ 18 – 8
6 ⇢ 10 – 8
7 ⇢ 2

$50 - 6 \cdot 8 = 2$
$50 = 6 \cdot 8 + 2$

Răspuns: Elevii vor fi repartizați câte 8 în 6 compartimente, iar în cel de-al șaptelea vor fi 2 elevi. Spunem că am împărțit cu rest pe 50 la 8.

Află câtul și restul împărțirilor: 47 : 3; 129 : 11.

Ce înțelegem prin împărțirea exactă?

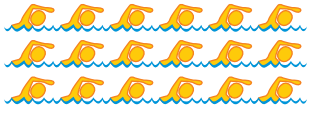
Scriem:

$18 : 6 = 3$
DEÎMPĂRȚIT — ÎMPĂRȚITOR — CÂT

Spunem:
- 6 se cuprinde în 18 de 3 ori,
- 6 este de 3 ori mai mic decât 18,
- 18 se împarte exact la 6.

$d : î = c$
$d = c \cdot î$

La un concurs de înot participă 18 concurenți. Câte grupe de câte 6 înotători se pot forma?



$18 = \underbrace{6 + 6 + 6}_{\text{de 3 ori}}$; $18 = 3 \cdot 6 + 0$

Răspuns: Se pot forma 3 grupe.

Împărțirea exactă este operația inversă înmulțirii.

$18 \xrightarrow{:6} 3 \xrightarrow{\times 6} 18$
$45 \xrightarrow{\times 7} 315 \xrightarrow{:7} 45$

Ca urmare, putem efectua:

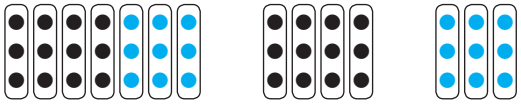
proba împărțirii	**18 : 6 = 3**	**proba înmulțirii**	**45 · 7 = 315**
prin înmulțire:	3 · 6 = 18	prin împărțire:	315 : 7 = 45
prin împărțire:	18 : 3 = 6	prin înmulțire:	7 · 45 = 315

Află câtul și verifică prin probă: 256 : 8; 1638 : 18.

i Niciun număr nu poate fi împărțit la zero. Împărțirea la zero nu are sens.

Cum se poate împărți o sumă la un număr?

Să observăm:



(12 + 9) : 3 = 12 : 3 + 9 : 3

Este important să știm: Putem împărți o sumă la un număr împărțind fiecare termen al sumei la acel număr.

Calculează 3748 : 4 + 1524 : 4, *apoi* 5272 : 4. *De ce sunt rezultatele egale?*

Exersăm, învățăm!

1. a) Observă fiecare problemă, apoi propune și rezolvă una asemănătoare.

Decoratoarea muzeului vrea să înșire 88 de pietre semiprețioase, câte 9 pe un colier.

Câte coliere se obțin?

Rezolvare:

$$\begin{array}{r|l} 88 & 9 \\ \underline{81} & \underline{9} \\ 7 & \end{array}$$

Se obțin 9 coliere și mai rămân 7 pietre cu care, eventual, s-ar putea face un colier mai mic.



Problema se rezolvă printr-o împărțire cu rest.

S-au adus 60 de postere pentru a se distribui în mod egal la 8 elevi. Care este cel mai mare număr de postere pe care le poate primi fiecare?

Rezolvare:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 8 \\ \underline{56} & \underline{7} \\ 4 & \end{array}$$

Fiecare poate primi maxim 7 postere.

Restul împărțirii nu contează (se neglijează).



La etajul al III-lea, se poate urca doar cu un lift în care încap cel mult 8 copii. Care e numărul minim de drumuri (dus-întors) pe care trebuie să le facă liftul, pentru a transporta 52 de copii?

Rezolvare:

$$\begin{array}{r|l} 52 & 8 \\ \underline{48} & \underline{6} \\ 4 & \end{array}$$

Liftul trebuie să facă 7 drumuri: 6 cu câte 8 copii, iar ultimul, cu 4 copii.

Adunăm 1 la cât pentru a obține răspunsul corect.



b) Gândește-te la observațiile făcute de fiecare personaj.
Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc problemele de mai sus?

2. Calculează:
a) 39 : 3 = **b)** 147 : 7 = **c)** 396 : 11 =

3. De câte ori se cuprinde:
a) 9 în 108; **b)** 7 în 1435?

4. a) Împarte cu rest: 53 la 10; 36 la 8.
b) Asociază fiecărei împărțiri o egalitate în care apar câtul și restul.

5. Tic a calculat $12 \times 25 + 21$ și a obținut 321. El susține că, împărțind 321 la 12, obținem câtul 25 și restul 21. Explică de ce Tic nu poate avea dreptate, apoi determină câtul și restul împărțirii.

6. Scrie câte trei împărțiri cu restul 1 și împărțitorul: **a)** 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 20.

7. Află numerele:
a) de 3 ori mai mici decât: 300; 630;
b) cu 3 mai mari decât: 123; 5 876;
c) de 4 ori mai mari decât: 8; 12;
d) cu 4 mai mici decât: 44; 68.

8. Următoarele reprezentări corespund unor împărțiri. Scrie proba fiecăreia dintre ele.

a) ●● ●● ● **b)** ●●● ● ●●● **c)** ●●●●● ●●●●●

9. Află câte numere de forma $\overline{24ab}$ dau restul 3 la împărțirea prin 27.

10. Află cât reprezintă: o jumătate din 408; un sfert din 840; o treime din 906.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează și verifică prin probă:
126 : 3 127 : 3

B Calculează și verifică prin probă:
378 : 9
384 : 9

C Calculează și verifică prin probă:
2 745 : 9
27 452 : 9

Împărțirea: proceduri de calcul

Cum efectuăm împărțirea când împărțitorul are două cifre?



4 530 : 15 = ?

- Descompun deîmpărțitul.
- Împart termenii.
- Adun câturile.

$4\,530 : 15 = (4\,500 + 30) : 15 =$
$= 4\,500 : 15 + 30 : 15 =$
$= 300 + 2$
$= 302$

4530	15
45	302
3	
0	
30	
30	
0	

Câtul

Restul

12 879 : 36 = ?

- Determin cu câte cifre se va scrie câtul: grupez primele cifre ale deîmpărțitului până obțin un număr mai mare decât 36.
  128 > 36, deci câtul va avea 3 cifre. Apoi:



Folosim împărțirea când vrem să distribuim obiecte în grupe egale numeric.

- **Pasul 1.** Aflu cifra sutelor la cât: împart 128 sute la 36.

12879	36
108	3
=20	

- **Pasul 2.** Aflu cifra zecilor la cât: cobor zecile și împart 207 zeci la 36.

12879	36
108	35
207	
180	
=27	

- **Pasul 3.** Aflu cifra unităților la cât: cobor unitățile și împart 279 la 36.

12879	36
108	357
207	
180	
279	
252	
=27	

- **Pasul 4.** Proba → $357 \cdot 36 + 27 = 12879$

Află câtul și restul împărțirilor: 654 : 24 10 045 : 16

Cum efectuăm împărțirea când împărțitorul are trei cifre?

28 782 : 123 = ?

- Determin cu câte cifre va fi scris câtul.
  123 < 287, deci câtul se va scrie cu trei cifre. Apoi:
- **Pasul 1.** Aflu cifra sutelor la cât: împart 287 sute la 123.

28782	123
246	2
=41	

- **Pasul 2.** Aflu cifra zecilor la cât: cobor zecile și împart 418 zeci la 123.

28782	123
246	23
418	
369	
=49	

- **Pasul 3.** Aflu cifra unităților la cât: cobor unitățile și împart 492 la 123.

28782	123
246	234
418	
369	
=492	
492	
==0	

- **Pasul 4.** Proba → $123 \times 234 + 0 = 28\,782$
  sau → $28\,782 : 234 = 123$

Procedăm în același mod când împărțitorul are mai mult de trei cifre.

Află câtul și restul împărțirilor: 4027 : 132 467598 : 1276.

Exersăm, învățăm!

1. *Ștafeta calculului rapid.* Răspundeți oral!

54 : 6	56 : 7	64 : 8
540 : 6	560 : 7	640 : 8
5 400 : 6	5 600 : 7	6 400 : 8
54 000 : 6	56 000 : 7	64 000 : 8

2. Primul autobuz a venit în stație la ora 6:00, apoi autobuzele au venit din 15 în 15 minute. Câte autobuze au trecut prin stație între 6:05 și 11:35 ?

3. Află câtul și restul împărțirilor. Verifică prin probă rezultatele obținute.

a) 12 524 : 18; 8 646 : 12; **b)** 26 484 : 24; 49 749 : 23;

c) 3 820 : 112; 3 586 : 231; **d)** 105 : 12 027; 225 : 2 845.

4. Câtul a două numere naturale mai mici decât 100 este 9, iar restul este 0.

Care pot fi cele două numere?
Găsește mai multe soluții!

5. Află prin calcul numerele necunoscute din tabel. Verifică prin probă.

Deîmpărțit (d)	5 424	?	12 803	1 274
Împărțitor ($î$)	125	29	24	?
Cât (c)	?	147	?	50
Rest (r)	?	15	?	?

6. Calculează, apoi verifică prin probă rezultatele obținute:

5 568 : 46 13 482 : 163 8 251 : 237
8 120 : 356 10 062 : 543 9 048 : 729.

7. Află câtul și restul împărțirilor:

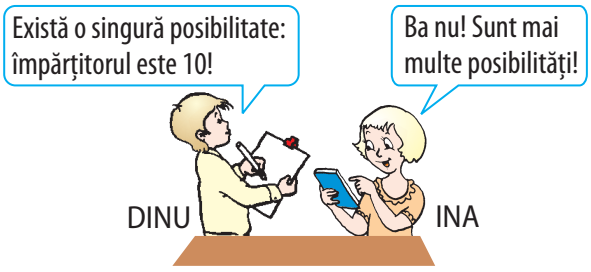
a) 78 : 12; **b)** 524 : 124; **c)** 129 : 132;
d) 5 658 : 1 046; **e)** 1 043 : 1 062.

8. Împărțitorul este 4, câtul este 112, iar restul 3. Care este deîmpărțitul?

9. Care poate fi restul împărțirii unui număr natural la 3? Dar la 5?

10. La o fabrică de jucării s-au produs într-o zi 975 de mașinuțe. Dacă într-o cutie se ambalează câte 25 de mașinuțe, câte cutii sunt necesare?

11. Împărțind un număr care se termină cu două zerouri la un alt număr, Dinu a obținut un cât care are la sfârșit un singur zero. Care poate fi împărțitorul?



Cine are dreptate? De ce?

12. Liza a efectuat următoarele calcule:

37 × 81 = 2 997 45 × 120 = 5 400.

Folosește calculele Lizei pentru a scrie direct rezultatele următoarelor exerciții:

2 997 : 81 = 5 400 : 120 =
5 400 : 45 = 29 970 : 81 =
2 997 : 37 = 5 400 : 12 =
5 400 : 450 = 540 : 45 =

Alege și rezolvă în 5 minute!

A

Află câtul și restul împărțirilor, apoi verifică prin probă:

1 000 : 12; 1 245 : 123.

B

Află câtul și restul împărțirilor, apoi verifică prin probă:

9 873 : 25;
246 710 : 134.

C

Află câtul și restul împărțirilor, apoi verifică prin probă:

12 007 : 98;
10 576 481 : 1 987.

N

Împărțirea: estimări și priorități în calcul

Cum estimăm câtul unei împărțiri?

Directorul unui club filatelic vrea să împartă 6 270 de timbre celor 183 de copii înscriși la club, dând câte 29 de timbre fiecăruia.

Îi ajung timbrele?

Pentru a răspunde rapid,
Geo a estimat câtul împărțirii.



6 270 → 6 000
29 → 30
6 000 : 30 → 200
Câtul e aproximativ 200.
Sunt destule timbre!

Explică răspunsul lui Geo.
Verifică prin calcul exact.

Care sunt regulile de prioritate în calcul?

Cu numere naturale am învățat să efectuăm:

Scăderea este operația inversă adunării.

- adunări și scăderi: $234 + 567 = 801$; $801 - 567 = 234$

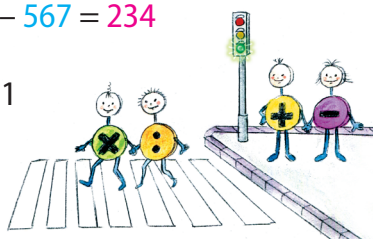
Înmulțirea este o adunare repetată.

- înmulțiri: $3 \times 507 = \underbrace{507 + 507 + 507}_{\text{3 termeni}} = 1521$

Împărțirea este operația inversă înmulțirii.

- împărțiri: $1521 : 3 = 507$

$$507 \xrightarrow{\times 3} 1521 \xrightarrow{:3} 507$$



Adunarea și **scăderea** sunt operații de **ordinul I**.

Înmulțirea și **împărțirea** sunt operații de **ordinul al II-lea.**

Este important să știm: Într-un exercițiu fără paranteze, se efectuează: întâi înmulțirile și împărțirile, apoi adunările și scăderile. Altfel spus, efectuăm întâi operațiile de ordinul al II-lea, apoi pe cele de ordinul I.

Exemplu: $7 + \underbrace{5 \cdot 12}_{60} - \underbrace{18 : 6}_{3} = 7 + 60 - 3 = 64$

Calculează $30 + 10 : 5$.

Cum folosim parantezele?

- Parantezele schimbă regulile de prioritate în calcul. Operațiile din paranteze se efectuează înaintea celor din afara parantezelor.
- Dacă într-un exercițiu apar toate cele trei tipuri de paranteze, se efectuează mai întâi operațiile din parantezele rotunde ( ), apoi cele din parantezele drepte [ ], apoi cele din acolade { }.

$$\underset{\textcircled{2}\ \textcircled{1}}{a : (b + c)}$$

$$\underset{\textcircled{5}\ \textcircled{4}\ \textcircled{3}\ \textcircled{2}\ \textcircled{1}}{a + b \cdot [c + d : (e + f)]}$$

Exemplu:

$$\begin{aligned} &2 + \{76 - 2 \cdot [(10 + 30) : 5] - 12\} = \\ &= 2 + [76 - 2 \cdot (40 : 5) - 12] = \\ &= 2 + (76 - 2 \cdot 8 - 12) = \\ &= 2 + (76 - 16 - 12) = \\ &= 2 + 48 = 50. \end{aligned}$$

Calculează: $3125 - [4 + 7 \cdot (10 + 201)] =$

Exersăm, învățăm!

1. Calculează:

a) $3 \cdot (5 + 9)$
$12 \cdot (9 - 3)$
$0 \cdot (6 + 3)$

b) $5 + 4 \cdot 3$
$9 - 1 \cdot 2$
$5 + 3 \cdot 9$

c) $42 - 2 \cdot (18 - 9)$
$54 + 50 : (7 - 2)$
$(9 + 8) \cdot (3 + 4)$

d) $7 + 27 \cdot (36 + 64)$
$5 + 66 : (39 - 37)$
$(8 + 6) : (8 - 6)$

2. **a)**

0 și 240

0 și 0 | $100 - 100 : 25 = ?$
 $256 - 256 : 16 = ?$
 Rezultatele corecte sunt: | 96 și 240

96 și 0

b)

39 și 77

39 și 17 | $2 + 3 \cdot (4 + 5 \cdot 6) - 5 = ?$
 $100 - 6 \cdot (20 - 10 : 2) + 7 = ?$
 Rezultatele corecte sunt: | 99 și 17

99 și 77

3. Calculează:

a) $1 + 2 \cdot [1 + 6 \cdot (15 - 10 : 5) : 2 + 2] =$

b) $5 + 3 \cdot \{1 + 2 \cdot [4 + 4 \cdot (3 + 3 : 3)] - 1\} - 5 =$

4. Compară numerele:

a) $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 \,?\, 2 \cdot (3 + 5)$;

b) $12 \cdot 3 + 12 : 2 \,?\, 12 \cdot (3 + 2)$;

c) $4 \cdot 17 - 4 \cdot 7 \,?\, 4 \cdot (17 - 7)$;

d) $12 \cdot 4 + 12 : 2 \,?\, 12 : (4 + 2)$;

5. **a)** Calculează: $7 + 3 \cdot 6 + 4 : 2 - 1 \cdot 5 =$

b) Propune un nou calcul, folosind paranteze rotunde și paranteze pătrate în exercițiul de mai sus. Calculează rezultatul.

c) Așază paranteze, astfel încât rezultatul obținut să fie cât mai mare. Compară rezolvarea ta cu rezolvările colegilor.

6. Observă harta de la pagina 19. Pe șoseaua de la Iași la Timișoara trebuie amplasate benzinării, cu distanța de maxim 40 km între ele. Care este numărul minim de benzinării, dacă la ieșirea din fiecare oraș se amplasează câte o benzinărie?

7. Efectuează și compară:

a) $3956 : 4 \times 23$ și $3956 : (4 \times 23)$;

b) $16385 : 5 + 16380$ și $16385 : (5 + 16380)$.

8. Rezolvă exercițiile și apoi adaugă paranteze, pentru a obține alte rezultate:

a) $480 : 30 - 28 : 4$; **b)** $25 - 25 : 25 + 24$;

c) $351 - 72 : 9 \cdot 0$; **d)** $848 : 8 + 48 : 8 + 8 : 8$

9. Compară rezultatul exact cu rezultatul fiecărei estimări. Care estimare este mai apropiată de rezultatul exact?

$121\,056 : 208 = ?$

a) $121\,056 \rightsquigarrow 200\,000$
$208 \rightsquigarrow 200$
$200\,000 : 200 = 1000$

b) $121\,056 \rightsquigarrow 100\,000$
$208 \rightsquigarrow 200$
$100\,000 : 200 = 500$

10. Calculează:

a) $1 - \{1 - [1 - (1 - 1)]\} =$

b) $2 - 2 \cdot \{2 - 2 : [2 - 2 \cdot (2 - 2)]\} =$

c) $1 - \underbrace{(1 - (1 - (1 - \ldots - (1 - 1) \ldots)))}_{\text{99 de paranteze}} =$

Alege și rezolvă în 5 minute!

A

• Răspunde rapid, prin estimarea numerelor:
Vreau să cumpăr 3 mașinuțe de 18 lei fiecare. Îmi ajung 100 de lei?
• Calculează $8 + 40 : 8$.

B

• Răspunde rapid, prin estimarea numerelor:
Vreau să cumpăr 3 bilete la teatru, de 28 lei fiecare. Îmi ajung 120 de lei?
• Calculează $324 - 24 : 3$.

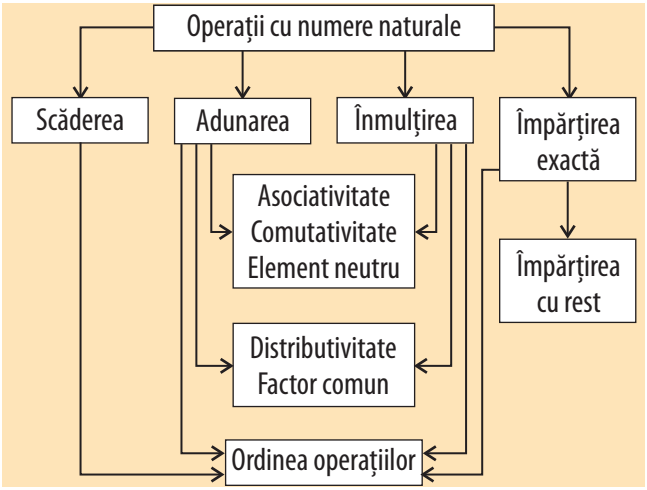
C

• Răspunde rapid, prin estimarea numerelor:
Vreau să cumpăr 3 perechi de schiuri de 272 lei fiecare. Îmi ajung 1 000 de lei?
• Calculează $1042 - 42 : 7 + 7$.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să efectuez operații aritmetice cu numere naturale;
- să utilizez algoritmul împărțirii cu rest;
- să explic utilitatea unor proprietăți de calcul rapid;
- să estimez rezultatul unor calcule și să justific aceste estimări;
- să efectuez exerciții de calcul ținând cont de ordinea efectuării operațiilor.



Testul 1

1. Calculează

a) $719 + 99 + 2387$; **b)** $3001 - 1789$;

c) $843 \cdot 205$; **d)** $7201 : 19$.

2. Află câtul și restul împărțirii lui 348 507 la 121.

3. Calculează în două moduri și indică modalitatea cea mai rapidă:

a) $31 \cdot 14 + 31 + 31 \cdot 5$

b) $1\,089\,543 \cdot 6 + 6 \cdot 910\,457$

4. Estimează pentru a depista rapid care dintre rezultate sunt sigur greșite.

Efectuează calculele și corectează rezultatele greșite.

a) $59145 + 42343 \cdot 9$;

b) $7320 + 10314 : 2$;

c) $50055 \cdot 2 + 44406 : 3$.

	Maria	*Dan*
a	440 232	913 392
b	27 948	12 477
c	101 592	48 172

5. Calculează:

a) $7 + 7 \cdot 231$

b) $2 + 3 \cdot [5 + 2 \cdot (18 - 8 : 2)]$

Testul 2

1. Calculează

a) $683 + 78 + 1579$; **b)** $2402 - 1578$;

c) $752 \cdot 107$; d) $3531 : 11$.

2. Află câtul și restul împărțirii lui 451 029 la 131.

3. Calculează în două moduri și indică modalitatea cea mai rapidă:

a) $29 \cdot 7 + 29 + 29 \cdot 22$

b) $1\,256\,409 \cdot 4 + 4 \cdot 743\,591$

4. Estimează pentru a depista rapid care dintre rezultate sunt sigur greșite.

Efectuează calculele și corectează rezultatele greșite.

a) $41202 + 60115 \cdot 5$;

b) $9124 + 16408 : 2$;

c) $20415 \cdot 3 + 14875 : 5$.

	Ioana	*Radu*
a	522 122	810 536
b	9 948	17 328
c	135 620	15 224

5. Calculează:

a) $6 + 6 \cdot 452$

b) $5 + 2 \cdot [6 + 3 \cdot (27 - 9 : 3)]$

Proiect

Arbori... matematici

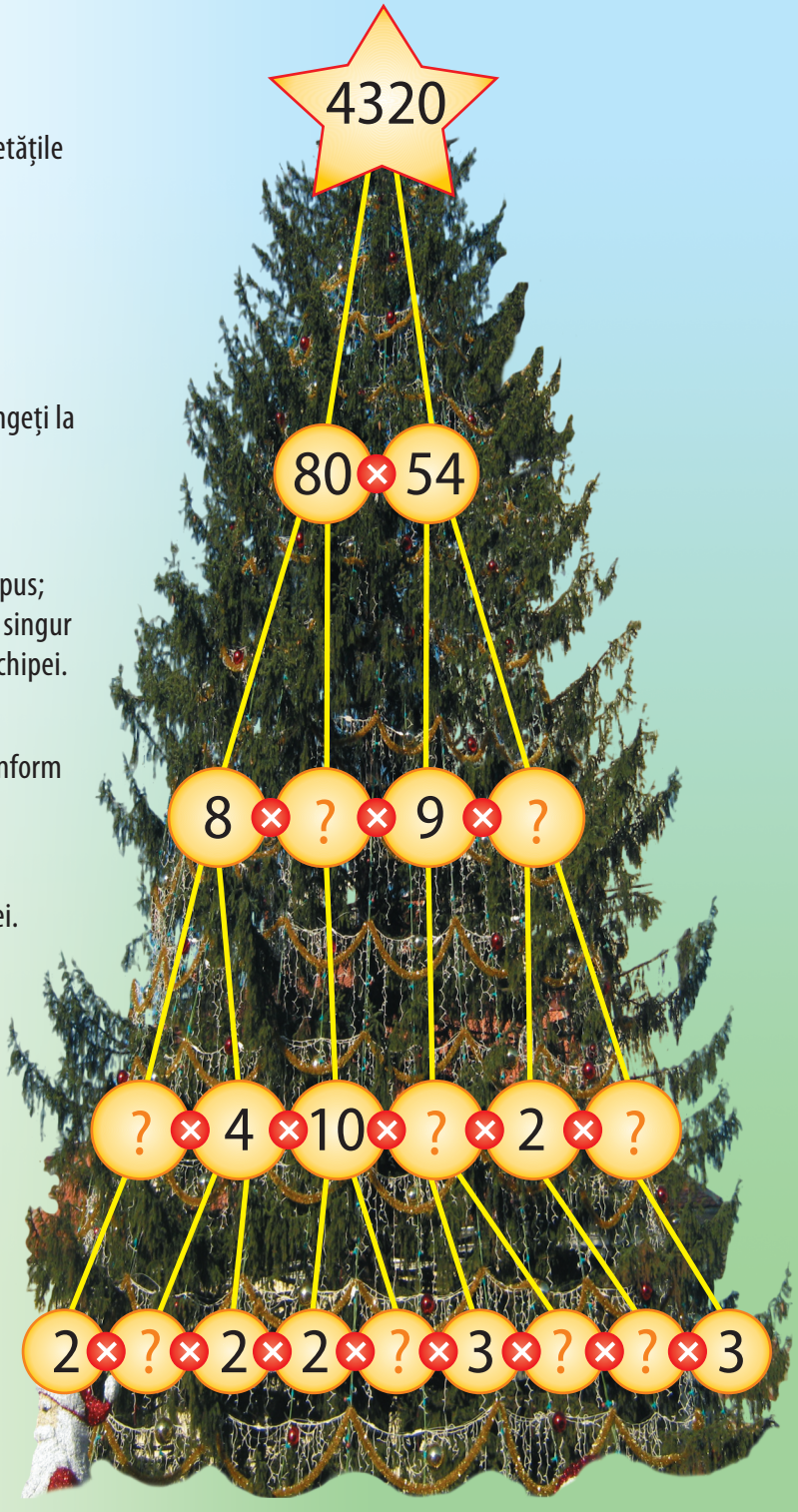
Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli de hârtie A4, coli de hârtie A0 (dimesiuni aprox. 80 cm x 120 cm)
- *Scop:* Realizați un „arbore matematic" folosind proprietățile înmulțirii și relația dintre înmulțire și împărțire.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
- Fiecare elev alcătuiește un „arbore" (ca în imaginea alăturată). Pentru aceasta, alegeți câte un număr și descompuneți-l în factori în mai mulți pași, până ajungeți la factorul 1 (pe acesta nu îl mai scrieți).
- În echipa voastră, puneți împreună arborii realizați procedând astfel:
  - calculați produsul numerelor pe care le-ați descompus;
  - descompuneți produsul obținut adăugând, într-un singur arbore, „ramurile" realizate de fiecare membru al echipei.

Pentru început:
Notați pe caiete numărul 4320 și completați arborele conform desenului alăturat, adăugând numerele care lipsesc.



Interacțiune

- Discutați etapele și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*. Puneți împreună arborii realizați de fiecare echipă procedând astfel:
  - calculați produsul numerelor pe care le-ați descompus;
  - descompuneți produsul obținut adăugând „ramurile" realizate de fiecare echipă.

Prezentare

Lucrați cu toată clasa. Așezați pe o planșă mare (o coală A0) arborele clasei, procedând ca mai sus:

- calculați produsul numerelor descompuse de fiecare echipă;
- descompuneți produsul obținut adăugând „ramurile" realizate de echipe.

N Divizor, multiplu

Ce înseamnă divizor? Ce înseamnă multiplu?

La școala „Cireșarii”, 210 elevi s-au înscris într-o excursie. Organizatorii pot alege pentru transport autocare de 30 de locuri sau autocare de 40 de locuri. Ei au optat pentru varianta în care toate locurile sunt ocupate.

Să observăm:

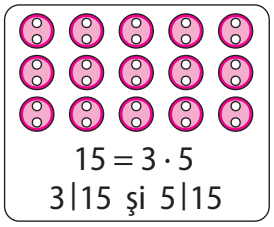
$210 = 30 \cdot 7$

Sunt necesare 7 autocare de câte 30 de locuri și toate locurile vor fi ocupate.

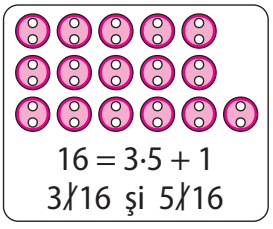
$210 = 40 \cdot 5 + 10$

Sunt necesare 6 autocare de câte 40 de locuri, dar în ultimul vor fi ocupate numai 10 locuri.

Spunem că 30 *divide* pe 210, dar 40 *nu divide* pe 210.



15 obiecte pot fi așezate pe 3 rânduri a câte 5 obiecte fiecare!



16 obiecte nu pot fi așezate pe 3 rânduri având fiecare același număr de obiecte!

Este important să știm:

- Numărul natural b divide numărul natural a dacă există numărul natural c, astfel încât $a = b \cdot c$.

Scriem:	*Citim:*
$b \mid a$	b divide pe a, sau b este divizor al lui a
$a : b$	a se divide cu b, sau a este divizibil cu b, sau a este multiplu al lui b

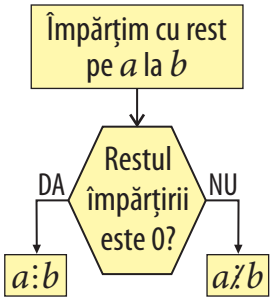
- Numărul natural m nu divide numărul natural n dacă, pentru orice număr natural p, $n \neq m \cdot p$.

Scriem:	*Citim:*
$m \nmid n$	m nu divide pe n, sau m nu este divizor al lui n
$n \not: m$	n nu se divide cu m, sau n nu este divizibil cu m, sau n nu este multiplu al lui m

Citește în cât mai multe moduri: $30 \mid 210$ și $210 \not: 40$.

Cum aflăm dacă un număr este divizibil cu altul?

Cum aflăm dacă a este divizibil cu b? ($b \neq 0$)



254 | 27 432 ?

Efectuăm împărțirea:
$27\,432 : 254 = 108$
$27\,432 = 254 \cdot 108$
Deci $254 \mid 27\,432$.

6 977 : 25 ?

Efectuăm împărțirea:
$6\,977 : 25 \rightarrow$ obținem 279 rest 2
$6\,977 = 25 \cdot 279 + 2$
Deci $6\,977 \not: 25$.

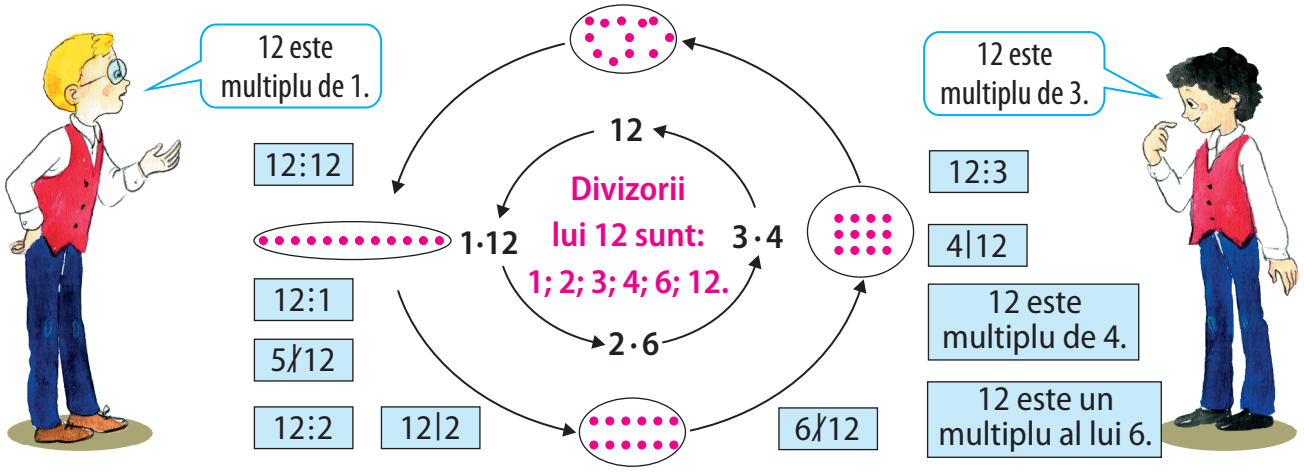
Este important să știm: Pentru a afla dacă un număr natural a este divizibil cu un număr natural nenul b, împărțim a la b și obținem numerele naturale c și r, cu $a = b \cdot c + r$, unde $r < b$.

- Dacă $r = 0$, obținem $a = b \cdot c$, deci a este divizibil cu b.
- Dacă $r \neq 0$, atunci a nu este divizibil cu b.

Este 180 un multiplu al lui 36? Este 48 un divizor al lui 1010?

Exersăm, învățăm!

1. Mati a desenat schema de mai jos. Precizați care dintre propoziții sunt adevărate și care sunt false. Desenați o schemă și formulați propoziții asemănătoare, pentru numărul 24.



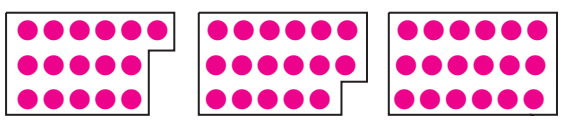
2. Completează pe caietul tău:

a) 2 este… al lui 6; **b)** 5 este… cu 1;
c) 20 este… al lui 4; **d)** 12 este… al lui 24;
e) 54… 9; **f)** 48 este… al lui 24;
g) 7… 63; **h)** 5 e … pentru 45.

3. Scrie unul dintre semnele ⋮ sau | în loc de „și", pentru a obține propoziții adevărate:

a) 55 și 5; **b)** 12 și 24; **c)** 144 și 12;
d) 10 și 120; **e)** 0 și 1; **f)** 7 și 0;
g) 25 și 625; **h)** 16 000 și 1 000.

4. Observă desenele, apoi explică notațiile de sub ele:



3∤16 3∤17 3|18

Ilustrează în același mod:

a) 3∤19; 3∤20; 3|21;
b) 4|12; 4∤13; 4∤14; 4∤15;
c) 5|10; 5∤11; 5∤12; 5∤13; 5∤14.

5. *Adevărat sau fals?*



a) 6 este divizor al lui 84.
b) 17 este multiplu al lui 1.
c) 2 326 este multiplu al lui 26.
d) 1 | 0. **e)** 11 divide pe 121.
f) 73:8. **g)** 169 nu se divide cu 13.

6. Avem
$1 \cdot 60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$.
Completează: … sunt divizori ai lui 60, iar 60 este multiplu pentru: …

7. Scrie numerele naturale mai mici decât 50, divizibile cu 9.

8. Scrie divizorii lui 120 care sunt cel puțin egali cu 10 și cel mult egali cu 20. Compune un exercițiu asemănător.

9. Scrie numerele naturale cuprinse între 20 și 50, care se divid cu 6.

10. Află valorile lui x, știind că x este multiplu de 4 și verifică relația $3x < 50$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie multiplii lui 10, cei mai apropiați de:
289; 1 251; 3 874; 584 726.

B Scrie multiplii lui 100, cei mai apropiați de:
289; 1 251; 3 874; 584 726.

C Scrie multiplii lui 1000, cei mai apropiați de:
289; 1 251; 3 874; 584 726

N

Proprietăți ale divizibilității

Care este legătura dintre divizibilitate și adunare?

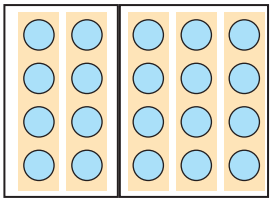
Pentru sărbători, Ana și Liza și-au propus să distribuie cele 384 de bomboane cumpărate de ele în pachete de cadouri cu câte 6 bomboane. Ca să termine mai repede, ele au procedat astfel:

Ana a pus în pachete 174 de bomboane → $174 : 6 = 29$ de pachete

Liza a pus în pachete 210 bomboane → $210 : 6 = 35$ de pachete.

Observăm că Ana și Liza au reușit să distribuie toate bomboanele în pachete complete. Aceasta a fost posibil deoarece $174 \vdots 6$ și $210 \vdots 6$.

În total, cele 384 de bomboare au fost puse în 64 de pachete complete.



Alăturăm grupe de 4 obiecte → suma este multiplu de 4.

Este important să știm: Dacă numerele naturale a și b se divid cu numărul natural c, atunci și $a + b$ se divide cu c.

Egalitățile $1\,008 = 48 \cdot 21$ *și* $10\,032 = 48 \cdot 209$ *arată că numerele* $1\,008$ *și* $10\,032$ *sunt multipli de* 48. *Numărul* $11\,040$ $(= 1\,008 + 10\,032)$ *este multiplu de* 48*? Cum ai putea justifica, fără să faci toate calculele?*

Care este legătura dintre divizibilitate și înmulțire?



312 sticle de apă minerală sunt ambalate în baxuri de câte 6 sticle.

Observăm că nu au rămas sticle neambalate deoarece $312 \vdots 6$.

Dacă vrem să ambalăm la fel un număr dublu de sticle, adică 624, știm fără să mai facem calcule, că se pot forma baxuri complete.

Este important să știm: Dacă numărul natural a se divide cu numărul natural b, atunci și $n \cdot a$ se divide cu b, pentru orice număr natural n.

Deoarece $63 = 9 \times 7$, *știm că* 63 *este divizibil cu* 9.
Aplicăm regula de mai sus:
Ca urmare, numărul 63×55 *este divizibil cu* 9.
Efectuează calculele și verifică prin împărțire afirmația de mai sus.

Ce alte proprietăți are divizibilitatea?

Să observăm:

Pentru orice număr natural a, putem scrie egalitățile:

$a = a \cdot 1$; $\quad 0 = a \cdot 0$.

Ca urmare: $a \mid a$; $\quad a \vdots 1$; $\quad a \mid 0$ și $0 \vdots a$, pentru orice a.

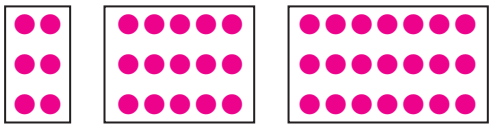


Cinci obiecte pot fi așezate în șir, câte unul. De aceea $5 \vdots 1$.

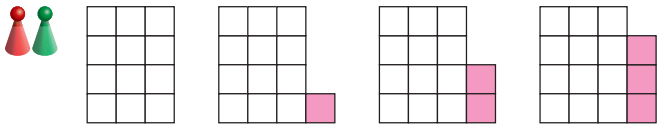
Ilustrează prin câte un exemplu numeric proprietățile de mai sus.

Exersăm, învățăm!

1. Folosește desenele alăturate pentru a explica de ce suma a doi multipli de 3 este tot un multiplu de 3.

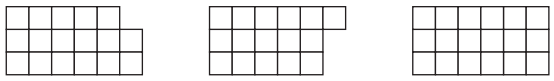


2. Observă desenele.



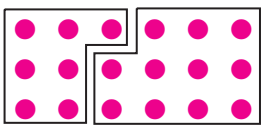
4×3 $4 \times 3 + 1$ $4 \times 3 + 2$ $4 \times 3 + 3$

a) Scrie formula potrivită pentru:



b) Arată printr-un desen că suma a doi multipli de 3 este tot un multiplu de 3.

3. Observă desenele.



Este adevărat că, dacă suma a două numere naturale este multiplu de 3, atunci fiecare dintre termeni este multiplu de 3?

4. Ema a observat că suma a două numere pare este număr par. Formulează reguli adevărate pentru:
a) suma a două numere impare;
b) produsul a două numere pare;
c) produsul a două numere impare.

5. Tic a verificat că niciunul dintre numerele 42 și $42 \cdot 3$ nu se divide cu 4. De aceea, el a afirmat: „Dacă a nu e multiplu de b, atunci nici $n \cdot a$ nu e multiplu de b, pentru orice număr natural n."

Ce crezi, are dreptate?

6. Geo a observat că:
$15 : 5$, $33 : 3$, iar $(15 + 33) : (5 + 3)$.
El a formulat următoarea regulă:
„Dacă $a : m$ și $b : n$, atunci $(a + b) : (m + n)$."
Ce crezi, are dreptate?

7. Mai mulți elevi au formulat reguli de divizibilitate.

Ana: Dacă un număr natural este divizibil cu 12, atunci acesta este divizibil și cu 6.

Tic: Dacă un număr natural este divizibil cu 3, atunci acesta este divizibil și cu 6.

Ema: Un număr natural impar nu poate fi divizibil cu 6.

Liza: Dacă un număr natural este divizibil cu 6, atunci și triplul său este divizibil cu 6.

Cine are dreptate?
Justifică afirmațiile făcute.

8. Arată că:
a) Dacă deîmpărțitul și împărțitorul unei împărțiri se divid cu un număr natural, atunci și restul acelei împărțiri se divide cu acel număr natural.
b) Orice număr care divide restul și împărțitorul unei împărțiri, divide și deîmpărțitul.

9. **a)** Determină resturile împărțirii la 3 pentru fiecare dintre numerele:
$1 \cdot 2$; $2 \cdot 3$; $3 \cdot 4$; $4 \cdot 5$; $5 \cdot 6$.
b) Arată că numărul
$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + 97 \cdot 98$
este multiplu de 3.

10. Arată că numărul $1 + 2 + 3 + \ldots + 49 + 50$ este divizibil cu 51.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Arată printr-un desen că suma a două numere pare este un număr par.

B Arată printr-un desen că suma a două numere impare este un număr par.

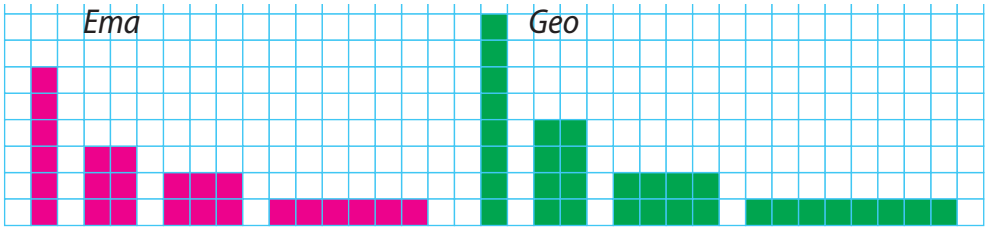
C Folosește desene pentru a arăta că suma dintre un multiplu de 5 și un număr care nu este multiplu de 5 nu se divide cu 5.

N

Divizori comuni; multipli comuni

Ce este un divizor comun a două numere?

Ema și Geo au desenat pe caietele lor cu pătrățele toate dreptunghiurile cu aria de 6, respectiv de 8 pătrățele. Iată ce desene au obținut:



Ei au constatat că unele dintre dreptunghiurile desenate au aceeași lungime sau aceeași lățime. Pentru a înțelege mai bine de ce se întâmplă asta, ei au scris lungimile laturilor orizontale ale dreptunghiurilor desenate:

Ema: 1, 2, 3, 6 Geo: 1, 2, 4, 8

Să observăm! Numerele scrise de Ema reprezintă toți divizorii lui 6, iar cele scrise de Geo – toți divizorii lui 8. Laturile de lungimi egale din dreptunghiurile desenate de cei doi elevi corespund unor numere care sunt divizori atât pentru 6, cât și pentru 8.

Este important să știm: Un divizor comun al numerelor naturale a și b este un număr natural d, cu proprietatea că $d \mid a$ și $d \mid b$.

Este 8 un divizor comun pentru 24 și 56? Dar pentru 32 și 62?

Managerii restaurantelor iau în calcul divizorii comuni atunci când distribuie în mod optim alimentele pentru platouri identice.



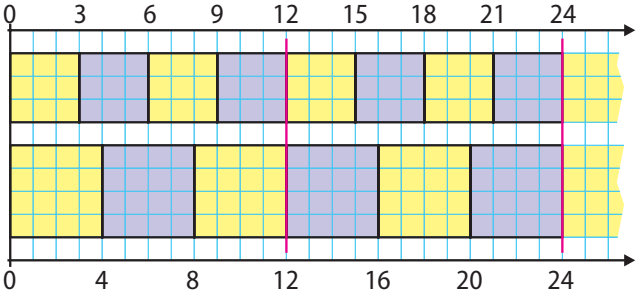
Ce este un multiplu comun a două numere?

Ana a desenat pe caietul său cu pătrățele două modele geometrice, obținute prin alăturarea unor pătrate cu latura de 3, respectiv cu latura de 4 pătrățele. Ea a observat că, din loc în loc, laturile pătratelor din cele două modele sunt situate pe aceeași linie verticală.

Pentru a înțelege mai bine această coincidență, Ana a completat următoarele două liste de numere:

0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, …

0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, …



În aceste liste apar multipli de 3, respectiv multipli de 4. Numerele comune, adică 0, 12, 24, … sunt multipli atât pentru 3, cât și pentru 4.

Este important să știm: Un multiplu comun al numerelor naturale a și b este un număr natural m, cu proprietatea că $m : a$ și $m : b$.

Este 144 un multiplu comun pentru 18 și 24? Dar pentru 36 și 40?

Inginerii care se ocupă cu reglarea semafoarelor în trafic iau în calcul multipli comuni ai timpilor necesari unei coloane de mașini să se deplaseze între două semafoare.



Exersăm, învățăm!

1. Scrie toți divizorii numerelor 16 și 20. Determină divizorii comuni.

2. Arată că 36 este un divizor comun al numerelor 468 și 1260.

3. Cine are dreptate?



Tic: Numerele 15 și 16 nu au divizori comuni.

Ana: Nu este adevărat: oricare două numere naturale au măcar un divizor comun!

4. Elevii au scris toți divizorii unor numere naturale.



Ema: Divizorii lui 18 sunt 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Dan: Divizorii lui 24 sunt 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Ana: Divizorii lui 16 sunt 1, 2, 4, 8, 16.

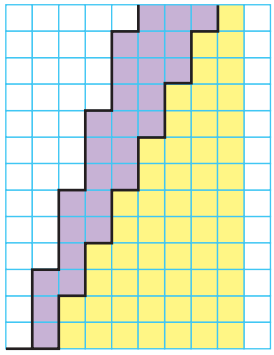
a) Scrie toți divizorii comuni ai perechilor de numere: 18 și 24, respectiv 24 și 16.

b) Compară lista divizorilor comuni ai lui 18 și 24 cu lista tuturor divizorilor lui 6. Ce observi?

c) Găsește un număr, pentru care lista divizorilor săi coincide cu lista divizorilor comuni ai lui 24 și 16. Ce crezi, se întâmplă la fel când scrii lista divizorilor comuni a oricare două numere? Verifică răspunsul tău pe alte două exemple.

5. Prin centrul orașului trec trei linii de autobuze. Autobuzele celor trei linii circulă la intervale de 3 minute, 4 minute, respectiv 5 minute. Acum sunt toate cele trei autobuze în stație; peste câte minute se va mai întâmpla același lucru?

6. Imaginea prezintă două modele geometrice în formă de scară. Unele trepte ale acestor scări se găsesc la același nivel.



a) Copiază desenul pe caietul tău și continuă modelele atâta cât ai loc. Scrie pe fiecare treaptă înălțimea (exprimată în pătrățele) la care se găsește aceasta.

b) Ce înălțime au treptele aflate la același nivel, în cele două modele?

c) Exprimă înălțimile comune ale treptelor folosind expresia „multipli comuni".

7. Pentru tombolă, Ana și Tic ambalează cele 48 de portocale și 36 de mere în pachete având același număr de fructe de fiecare fel.

a) Se poate ca numărul de pachete să fie 16?

b) Care este cel mai mare număr de pachete în care pot fi ambalate fructele?

8. La săritura în lungime atleții marchează cu creta locul din care pornesc alergarea: ei aleg acest loc astfel încât să parcurgă un număr întreg de pași până la pragul de săritură. În alergare, lungimile pașilor lui Dan și Vlad sunt de câte 60 cm, respectiv 70 cm. Spre surprinderea lor, ei au constatat că și-au ales același loc de plecare. La ce distanță față de prag s-ar putea găsi acest loc?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A
- Scrie un divizor comun pentru 6 și 8.
- Scrie un multiplu comun pentru 3 și 5.

B
- Scrie doi divizori comuni și doi multipli comuni pentru 9 și 15.
- Justifică răspunsul.

C
- Scrie toți divizorii comuni și trei multipli comuni ai numerelor 20 și 70.
- Justifică răspunsul.

Criterii de divizibilitate cu 10, 100, 1000

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 10?

- Se pot așeza 650 kg de portocale în lăzi de câte 10 kg, toate pline?

Da, pentru că:
$650 : 10 = 65$, adică $650 = 10 \cdot 65$

Numărul 650 se divide cu 10.

- Se pot așeza 675 kg de portocale în lăzi de câte 10 kg, toate pline?

Nu, pentru că:
$675 = 10 \cdot 67 + 5$

Numărul 675 nu se divide cu 10.

Să observăm! Numerele încercuite pe marginile paginilor 46 și 47 sunt divizibile cu 10, iar celelalte nu se divid cu 10.

Este important să știm:
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este 0, atunci numărul se divide cu 10.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu se divide cu 10.

Exemple: 528 740 se divide cu 10, deoarece are ultima cifră 0.
14 983 nu se divide cu 10, din cauză că ultima lui cifră este diferită de 0.

Care dintre numerele 231; 1040; 330; 4125; 1240 sunt divizibile cu 10?



Divizibilitatea cu 10 derivă din sistemul de numerație zecimal pe care îl folosim.

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 100?

Numerele 100×1, 100×2, …, 100×47 etc. sunt multipli nenuli ai lui 100.
Observăm că: Atunci când înmulțim un număr natural n cu 100, adăugăm două cifre de 0 la sfârșitul numărului n.

Este important să știm:
- Dacă ultimele două cifre ale unui număr natural sunt 0, atunci numărul se divide cu 100.
- Dacă una dintre ultimele două cifre ale unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu se divide cu 100.

Exemple: 24 300 ⋮ 100, deoarece ultimele două cifre sunt 0.
14 210 ⋮̸ 100, deoarece cifra zecilor nu este 0.

Care dintre numerele 1230; 12030; 20014; 4500; 100 sunt divizibile cu 100?

Dacă un număr este divizibil cu 100, atunci este divizibil și cu 10.

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 1 000?

Să observăm: *Multipli de 10* → 260; 3120; 5400
Multipli de 100 → 41200; 59000; 800
Care crezi că ar putea fi regula de divizibilitate cu 1 000?
Scrie multipli ai lui 1000 și verifică prin împărțire dacă ai dreptate.

Este important să știm:
- Dacă ultimele trei cifre ale unui număr natural sunt 0, atunci numărul se divide cu 1 000.
- Dacă una dintre ultimele trei cifre ale unui număr natural nu este 0, atunci numărul nu se divide cu 1000.

Care dintre numerele: 260; 500; 412 000; 8 000; 90 000 *se divid cu* 1000?

Exersăm, învățăm!

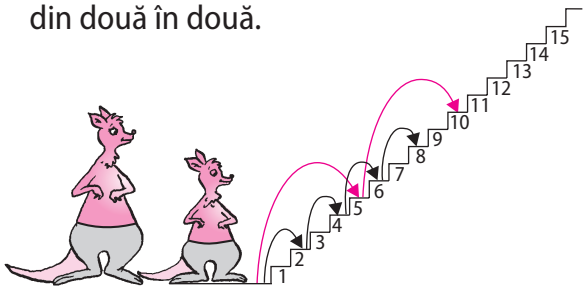
1. La fiecare număr, adaugă o cifră pentru a obține un multiplu de 10:
13; 485; 5 843; 68 345; 34047529.
a) De câte ori s-a mărit fiecare număr față de numărul inițial?
b) Cu cât s-a mărit fiecare număr față de numărul inițial?

2. Scrie: **a)** cinci numere de cinci cifre care nu sunt multipli ai lui 10;
b) cinci multipli ai lui 10, care sunt divizori ai lui 99 000.

3. Pentru fiecare număr de mai jos, scrie multiplul de 10 cel mai apropiat:
38; 483; 6 123; 127 054.

4. La fiecare număr, șterge cât mai puține cifre, pentru a obține multipli de 10:
2 105; 3 024; 4 100; 510 301.
Cu cât s-a micșorat fiecare număr față de numărul inițial?

5. Doi canguri urcă scara în salturi. Cel mare sare treptele din cinci în cinci, iar cel mic din două în două.



a) Scrie numerele treptelor pe care va sări cangurul cel mare.
b) Scrie numerele treptelor pe care va sări cangurul cel mic.
c) Scrie numerele treptelor pe care vor sări ambii canguri. Ce observi?

6. **a)** Câți multipli de 10 sunt între 99 și 199?
b) Câți multipli de 100 se găsesc între 999 și 1999?

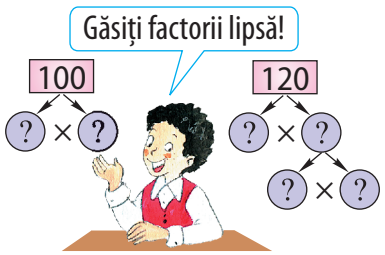
7. Scrie un număr care este:
a) multiplu de 10, dar nu și de 100;
b) multiplu de 100, dar nu și de 1000;
c) multiplu de 1000, cu suma cifrelor 11.

8. După ce a citit cu atenție lecția, Mati a spus: „Știu regula de divizibilitate cu 10 000".
Ce crezi, care este această regulă?

9. Cine are dreptate?
Ana: Numărul 0 nu are două cifre; de aceea, 0 nu poate fi divizibil cu 100.
Geo: $0 = 100 \times 0$, deci 0 este divizibil cu 100.

10. Tic a inventat următoarele „generalizări":
a) Orice număr natural divizibil cu 5 este divizibil cu 10.
b) Orice număr natural divizibil cu 10 este divizibil cu 2.
c) Dacă niciuna dintre cifrele unui număr natural nu este 0, atunci acel număr nu este divizibil cu 10.
d) Orice număr natural având una dintre cifre 0 este multiplu de 10.
Care dintre afirmații sunt adevărate? Motivează.

11.



Alege și rezolvă în 5 minute!

A Află numerele naturale nenule multipli ai lui 10 care sunt mai mici decât 40.

B Află numerele naturale nenule x, multipli ai lui 10 și care verifică relația $x < 35$.

C Află numerele naturale nenule x, multipli ai lui 10 și care verifică relația $45 < 2x < 85$.

Criteriul de divizibilitate cu 5. Criteriul de divizibilitate cu 2

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 5?

Observă numerele de pe marginile paginilor 48 și 49. Numerele încercuite sunt divizibile cu 5, iar celelalte nu sunt divizibile cu 5. Verifică afirmația pentru mai multe numere. Iată un exemplu:

35 se divide cu 5, pentru că $35 = 5 \cdot 7$;

38 nu se divide cu 5, pentru că $38 = 5 \cdot 7 + 3$;

Să observăm:

Numerele 5, 10, 15, 20, …, 730, 735, 740, …, încercuite pe marginea paginilor au ultima cifră 0 sau 5; aceste numere sunt multipli de 5.

Numerele care nu sunt încercuite nu sunt multipli de 5; niciunul dintre aceste numere nu se termină cu 0 sau 5.

Este important să știm:
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este 0 sau 5, atunci numărul se divide cu 5.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural nu este 0 și nici 5, atunci numărul nu se divide cu 5.

Care dintre numerele 521; 1075; 5552; 2510; 1345; 738 *sunt divizibile cu* 5*?*

Înțelegem cel mai ușor când un număr este divizibil cu 5 gândindu-ne la degetele de la o mână.



Cum recunoaștem numerele divizibile cu 2?

Observă numerele de pe marginile paginilor 48 și 49. Numerele colorate (pare) sunt divizibile cu 2, iar cele necolorate (impare) nu sunt divizibile cu 2.

Verifică afirmația pentru câteva numere. Iată un exemplu:

34 se divide cu 2, pentru că $34 = 2 \cdot 17$

35 nu se divide cu 2, pentru că $35 = 2 \cdot 17 + 1$

Prin ce se aseamănă între ele numerele pare? Prin ce se deosebesc numerele pare de cele impare?

Să observăm ultima cifră:

Numerele 12, 14, 16, 18, 20, …, 40, 42, 44, 46, 48, … sunt numere pare: ele se termină cu una dintre cifrele 0, 2, 4, 6 sau 8.

Numerele 13, 15, 17, 19, 21, …, 41, 43, 45, 47, 49, … sunt numere impare: ele se termină cu una dintre cifrele 1, 3, 5, 7 sau 9.

Este important să știm:
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este pară, atunci numărul se divide cu 2.
- Dacă ultima cifră a unui număr natural este impară, atunci numărul nu se divide cu 2.

Este numărul 3264 multiplu de 2? Răspunde folosind criteriul de mai sus, apoi verifică prin calcul dacă ai răspuns corect.

Paritatea este o caracteristică importantă a obiectelor din jurul nostru. De exemplu, folosim o pereche de șosete, o pereche de mănuși, lucrăm în perechi etc.



Exersăm, învățăm!

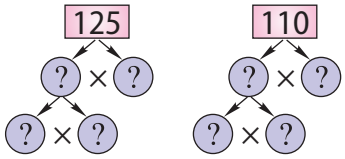
1. Adaugă o cifră la fiecare dintre numerele: 7; 12; 25; 389 pentru a obține un multiplu de 5. Cu cât s-a mărit fiecare număr?

2. Scrie cinci multipli impari ai lui 5, mai mari decât 10 000.

3. Scrie cinci multipli de 5 cuprinși între 7 846 și 7 964.

4. Găsește factorii!





5. Care dintre copii va obține numai multipli de 5? Numărați și voi!



a) Dana numără din 5 în 5, pornind de la 0.
b) Emil numără din 5 în 5, pornind de la 1.
c) Gabi numără din 5 în 5, pornind de la 25.
d) Horia numără din 5 în 5, pornind de la 100.
e) Ionuț numără din 6 în 6, pornind de la 5.
f) Jean numără din 6 în 6, pornind de la 10.

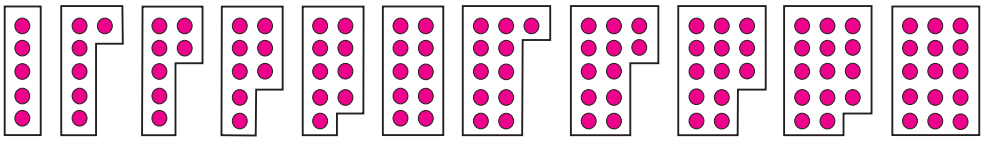
6. Șterge cât mai puține cifre din numerele de mai jos, pentru a obține multipli de 5:



3104; 215749; 7105; 90003.
Cu cât s-a micșorat fiecare număr?

7. Scrie doi multipli de 5 având suma cifrelor 6. Câte asemenea numere există? Care este cel mai mic? Există cel mai mare număr de acest fel? Explică răspunsurile.

8.



5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Observă desenele de mai sus. În care dintre aceste desene sunt reprezentați multipli de 5?

9. Observă numerele de pe margine; unele dintre acestea sunt și încercuite și colorate. Ce proprietate au aceste numere?

10. Cine are dreptate?



Ana: Orice număr divizibil cu 10 este multiplu de 5.

Liza: Unele numere divizibile cu 2 nu sunt multipli de 10.

Geo: Niciun număr divizibil cu 5 nu este multiplu de 2.

Tic: Dacă un număr este impar, atunci este multiplu de 5.

11. Șterge cât mai puține cifre din numerele de mai jos, pentru a obține multipli de 2:
521; 2403; 1372; 980; 12579.

12. Mati are trei cartonașe: 3 4 5.
El așază cartonașele în ordine, pentru a obține numere de trei cifre.

a) Poate Mati să obțină numere divizibile cu 2? Dacă da, care este cel mai mic?

b) Poate Mati să obțină numere divizibile cu 5? Dacă da, care este cel mai mare?

c) Câte numere care nu sunt divizibile nici cu 5, nici cu 2 poate obține Mati?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie toți multiplii de 5, apoi toți multiplii de 2 care se găsesc între 2547 și 2553.

B Scrie toate numerele x care îndeplinesc simultan condițiile: sunt multipli de 5 dar nu de 2 și $x < 51$.

C Scrie toate numerele y care îndeplinesc simultan condițiile: sunt multipli de 2 dar nu de 5 și $175 < 2y \leq 200$.

Criteriul de divizibilitate cu 9

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 9?

Să comparăm:

Criteriul de divizibilitate cu 10	Ultima cifră este 0.
Criteriul de divizibilitate cu 5	Ultima cifră este 0 sau 5.
Criteriul de divizibilitate cu 2	Ultima cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.

În toate aceste criterii de divizibilitate, contează ultima cifră a numărului dat. Putem oare recunoaște multiplii de 9 uitându-ne la ultima cifră?

Să analizăm:

Numere divizibile cu 9	Numere care nu sunt divizibile cu 9
351, 162, 603, 234, 765, 936, 837, 468, 549, 450	461, 482, 593, 174, 305, 716, 957, 638, 869, 520

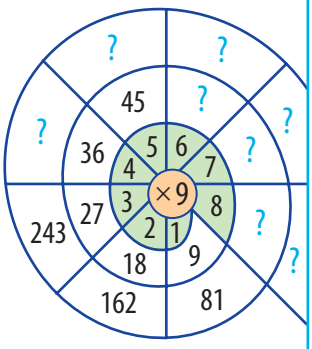
În ambele liste, ultima cifră ia toate valorile posibile. De aceea, regula de divizibilitate cu 9 nu se poate referi la ultima cifră a numărului.

Să calculăm:

Determinăm resturile obținute prin împărțirea la 9 a câtorva numere:

- Observă calculele: $30 = 9 \cdot 3 + 3$; $200 = 9 \cdot 22 + 2$; $1000 = 9 \cdot 111 + 1$

  $1230 = 1000 + 200 + 30$. Ce rest va da acest număr la împărțirea cu 9? Dar 1232?
- Ce proprietate comună pot avea numerele divizibile cu 9?



Observă spirala, descoperă regula și află numerele necunoscute. Explică de ce toate numerele de pe spirală mai mari decât 9 sunt multipli de 9.

Este important să știm:
- Dacă suma cifrelor unui număr natural este multiplu de 9, atunci numărul se divide cu 9.
- Dacă suma cifrelor unui număr natural nu este multiplu de 9, atunci numărul nu se divide cu 9.

Scrie numerele care se divid cu 9, dintre următoarele: 144; 2367; 853; 1247.

Cum justificăm criteriul de divizibilitate cu 9?

Considerăm numărul natural $\overline{abc}$. Conform scrierii zecimale, avem:

$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = a \cdot (99+1) + b \cdot (9+1) + c = (a \cdot 99 + b \cdot 9) + (a+b+c) =$
$= 9 \cdot (a \cdot 11 + b) + s$, unde $s = a + b + c$.

- Dacă $s \vdots 9$, adică $s = 9 \cdot k$, k număr natural, atunci:
  $\overline{abc} = 9 \cdot (11 \cdot a + b) + 9 \cdot k = 9 \cdot (11 \cdot a + b + k)$, deci 9 divide $\overline{abc}$.
- Dacă $s \not\vdots 9$, adică $s = 9 \cdot k + r$, $0 < r < 9$, atunci:
  $\overline{abc} = 9 \cdot (11 \cdot a + b) + (9 \cdot k + r) = [9 \cdot (11 \cdot a + b) + 9 \cdot k] + r =$
  $= 9 \cdot (11 \cdot a + b + k) + r$, $r < 9$, $r \neq 0$. Rezultă că 9 nu divide $\overline{abc}$.

Repetă raționamentul de mai sus pentru numărul natural $\overline{ab}$.

Exersăm, învățăm!

1. Copiază pe caietul tău numerele divizibile cu 9 din lista de mai jos:

27406; 3312; 2043; 51216; 417033.

2. **a)** Folosind criteriul de divizibilitate, arată că numerele următoare nu sunt multipli de 9: 4125; 42052; 274136; 5516824.

Verifică prin împărțire afirmația făcută.

b) Din fiecare dintre numerele de mai sus, taie cât mai puține cifre pentru a obține numere divizibile cu 9.

3. Înlocuiește cifrele notate cu litere pentru a obține numere divizibile cu 9.

a) $\overline{31a08}$; **b)** $\overline{2453b}$; **c)** $\overline{12c888}$.

4. Scrie două numere divizibile cu 9 și cu 2. Scrie alte două numere divizibile cu 9 și cu 5.

5. Transcrie, apoi completează tabelul punând $\times$ în căsuțele pentru care relația de divizibilitate se verifică.

⋮	2	5	10	9
2 045				
13 068				
318 960				

6. Determină toate numerele naturale de forma $\overline{a6b}$ divizibile cu 5 și cu 9.

7. Arată că $1 + 2 + 3 + \ldots + 998$ este un număr divizibil cu 9.

8. Scrie cel mai mic număr natural de 5 cifre, divizibil cu 9.

9. Desenează un tabel cu 5 linii și 5 coloane. Colorează toate căsuțele care corespund numerelor divizibile cu 9 din tabelul de mai jos. Compară modelul obținut de tine cu acelea ale colegilor. Ce ai constatat?

905	1036	5022	6111	52
837	555	821	432	891
1053	11	903	4151	8335
527	4158	0	11	203
404	830	324	8172	358

10. Tic a scris un număr natural folosind toate cifrele de la 0 la 9, fiecare o singură dată.

Mati a privit numărul scris de Tic și a spus: „Știu că numărul tău este divizibil cu 9”.

Ce crezi, are Mati dreptate?

11. Fie n un număr natural divizibil cu 9, $n \geq 36$. Arată că n se poate scrie ca suma a 9 numere naturale consecutive.

12. Câte numere de trei cifre au proprietatea că, schimbând la întâmplare locul cifrelor acestora, obținem doar numere divizibile cu: **a)** 5; **b)** 2; **c)** 9?

13. Numărul 123 ... 9899100 este obținut prin alăturarea tuturor numerelor naturale de la 1 la 100.

Ce rest dă acest număr prin împărțirea la 9?

Dar prin împărțirea la 5?

14. Află cel mai mic număr natural divizibil cu 9 din șirul: 1, 122, 122333, 1223334444,...

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie toate numerele naturale cuprinse între 2041 și 2059, divizibile cu 9.

B Scrie cel mai mic număr în care apar doar cifre de 1 și 2, divizibil cu 9.

C Notăm $a_n = \overline{11\ldots111}$, unde cifra 1 apare de n ori. Găsește cel mai mic număr natural n pentru care a_n este divizibil cu 9.

Criteriul de divizibilitate cu 3

Cum recunoaștem numerele divizibile cu 3?

Să comparăm:

Divizibilitatea cu 10	Divizibilitatea cu 9
↓	↓
Ultima cifră a numărului	Suma cifrelor numărului

2 și 5 sunt divizori ai lui 10. Pentru a verifica dacă un număr este divizibil cu 2 sau cu 5, observăm ultima cifră a numărului.

3 este divizor al lui 9. Care ar putea fi criteriul de divizibilitate cu 3? Ce proprietate comună pot avea multiplii lui 3?

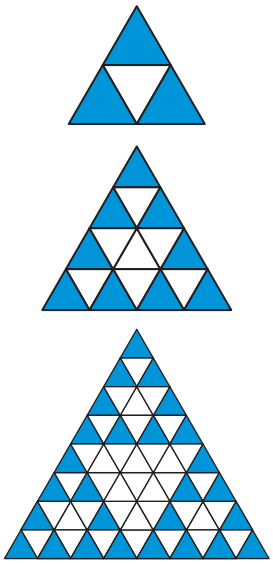
Să analizăm:

Observă numerele de pe marginile paginilor 52 și 53. Numerele încercuite sunt divizibile cu 3, iar celelalte nu sunt divizibile cu 3. Verifică pe câteva exemple care dintre următoarele ar putea fi regula de divizibilitate cu 3:

- Dacă un număr are ultima cifră 0, 3, 6 sau 9, atunci numărul este divizibil cu 3?
- Dacă un număr are suma cifrelor multiplu de 3, atunci numărul este divizibil cu 3?

Este important să știm:
- Dacă suma cifrelor unui număr este multiplu de 3, atunci numărul se divide cu 3.
- Dacă suma cifrelor unui număr nu este multiplu de 3, atunci numărul nu se divide cu 3.

Care dintre numerele 1433; 2073; 52407; 181215 *este multiplu de 3?*



- Arată că în fiecare model, numărul de triunghiuri albastre este multiplu de 3.
- Poți desena figura care urmează?

Cum justificăm criteriul de divizibilitate cu 3?

Considerăm numărul natural $\overline{abc}$. Conform scrierii zecimale, avem:

$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c = a \cdot (99 + 1) + b \cdot (9 + 1) + c =$
$= (a \cdot 99 + b \cdot 9) + (a + b + c) = 3 \cdot (a \cdot 33 + b \cdot 3) + s$, unde $s = a + b + c$.

Deci $\overline{abc} = 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b) + s$.

- Dacă $s \vdots 3$, adică $s = 3 \cdot k$, unde k este număr natural, atunci:

$\overline{abc} = 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b) + 3 \cdot k = 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b + k) = 3 \cdot p$,
unde $p = 33 \cdot a + 3 \cdot b + k$. Rezultă că 3 divide $\overline{abc}$.

- Dacă $s \not\vdots 3$, adică $s = 3 \cdot k + r$, $r = 1$ sau 2, atunci

$\overline{abc} = 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b) + 3 \cdot k + r = 3 \cdot (33 \cdot a + 3 \cdot b + 3 \cdot k) + r$, $r \neq 0$.

Rezultă că 3 nu divide $\overline{abc}$.

Aplică același raționament pentru un număr natural de forma $\overline{ab}$.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie câte două numere naturale de patru cifre, divizibile cu 3.

2. Scrie trei numere naturale de trei cifre care nu sunt divizibile cu 3.

3. Verifică prin împărțire, apoi aplicând criteriul de divizibilitate, dacă următoarele numere sunt divizibile cu 3:
a) 41025; **b)** 29183; **c)** 15231.

4. Desenează un tabel cu 5 linii și 5 coloane. Colorează toate pătrățelele care corespund numerelor divizibile cu 3 de mai jos. Compară modelul obținut de tine cu acelea obținute de colegi.

143	448	294	63	717
26	1005	13	4140	300
3141	1	491	14	3
602	504	134	0	1500
200	2	57	8151	615

5. Numerele de mai jos nu sunt divizibile cu 3. Șterge cât mai puține cifre la fiecare, pentru a obține multipli de 3.
a) 369728; **b)** 23456789; **c)** 548152.

6. Scrie patru numere naturale divizibile cu 3 și cu 2.

7. Care sunt numerele naturale de două cifre divizibile simultan cu 2, 3 și 5?

8. Scrie patru numere naturale care sunt divizibile cu 2 și nu sunt divizibile cu 3.

9. Determină toate numerele naturale de forma $\overline{x12}$, divizibile cu 3.

10. **a)** Care este cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 3? Dar cu 5?
b) Care este cel mai mare număr natural de cinci cifre divizibil cu 3?

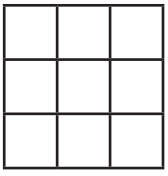
11. Adaugă paranteze în calculele de mai jos, pentru ca rezultatele obținute să fie divizibile cu 3.
a) $56 + 175 \cdot 441 - 216 =$
b) $1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 7 =$

12. Există oare numere naturale n, pentru care suma cifrelor lui n și suma cifrelor lui $n + 5$ sunt egale cu 15, respectiv 12?

13. Prin alăturarea numerelor 47 și 215 se obține numărul 47215. Arată că, dacă numerele naturale A și B sunt divizibile cu 3, atunci numărul obținut prin alăturarea lor este și el divizibil cu 3.

14. **a)** Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2 și 4?
b) Câte dintre acestea sunt divizibile cu 3?

15. Aranjează cifrele de la 1 la 9 în pătratul 3×3 pentru ca toate condițiile din tabelul de mai jos să fie îndeplinite.



Numerele formate cu cifre din:	Divizibile cu:
prima linie și prima coloană	9
a doua linie și a doua coloană	3
a treia linie și a treia coloană	5

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie toate numerele naturale cuprinse între 3 188 și 3 205, divizibile cu 3.

B Arată că suma a trei numere naturale consecutive este divizibilă cu 3.

C Câte numere naturale de trei cifre de forma $\overline{x65}$ sunt divizibile cu 3?

Numere prime. Numere compuse

Ce sunt numerele prime?

Într-un depozit sunt 53 kg de zahăr și 110 kg de orez. Magazinul Trio comandă marfa ambalată numai în pungi de 2 kg, magazinul Bio în pungi de 5 kg, iar magazinul Mio în saci de 11 kg. Cărui magazin i se poate livra întreaga cantitate de zahăr? Dar cea de orez?

Rezolvare:

$53 = 2 \cdot 26 + 1$; 53 nu se divide cu 2;
$53 = 5 \cdot 10 + 3$; 53 nu se divide cu 5;
$53 = 11 \cdot 4 + 9$; 53 nu se divide cu 11.

Cantitatea de zahăr nu se poate livra integral niciunui magazin.

53 nu se divide cu niciun alt număr diferit de 1 și de 53. Spunem că 53 este un număr prim.

$110 = 2 \cdot 55$; 110 se divide cu 2;
$110 = 5 \cdot 22$; 110 se divide cu 5;
$110 = 11 \cdot 10$; 110 se divide cu 11.

Cantitatea de orez se poate livra integral oricărui magazin.

110 are și alți divizori în afară de 1 și de el însuși. Spunem că 110 este un număr compus.

Este important să știm:
- Un număr natural mai mare decât 1, care are numai doi divizori: pe 1 și pe el însuși, se numește număr prim.
- Un număr natural diferit de 1, care are mai mult de doi divizori, se numește număr compus.

i Numărul 1 nu este nici prim și nici compus.

i Numărul 2 este singurul număr prim și par. Numerele prime diferite de 2 sunt impare.

13 este un număr prim.

Singura „descompunere" a lui 13 în produs este: $13 = 13 \cdot 1$.

Singura așezare posibilă a 13 obiecte în rânduri egale este:



12 este un număr compus.

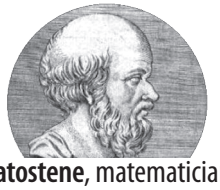
$12 = 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 3 \cdot 4 = 12 \cdot 1$

12 obiecte pot fi așezate:
- în 2 rânduri de câte 6 obiecte:
- în 3 rânduri de câte 4 obiecte:



Care sunt numere prime și care sunt compuse: 27; 5; 25; 41?

Cum găsim numerele prime?



Eratostene, matematician, astronom, geograf și filosof din Alexandria (oraș în Egipt) a trăit în secolul al III-lea î.H. El a fost primul care a descoperit o metodă de determinare a dimensiunilor Pământului.

Învățatul grec Eratostene a descoperit un procedeu simplu de aflare a numerelor prime, procedeu care se numește ciurul lui Eratostene. El constă în a „cerne", adică a selecta și a elimina numerele compuse. Pentru aceasta, scriem, de exemplu, numerele de la 1 la 25 și eliminăm numerele compuse:

1 (2) (3) ~~4~~ (5) ~~6~~ (7) ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ (11) ~~12~~ (13) ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~ (17) ~~18~~ (19) ~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ (23) ~~24~~ ~~25~~

Primul număr prim este 2. Încercuim 2 și tăiem toți multiplii lui 2: 4, 6, 8, …; încercuim apoi primul număr rămas netăiat – acesta este numărul prim 3 și tăiem toți multiplii lui 3. Procedăm la fel cu 5, 7, 11 etc. Numerele încercuite sunt toate numerele prime, mai mici decât 25.

Verifică dacă numerele încercuite sunt, într-adevăr, prime.

Cum stabilim dacă un număr natural este prim?



Eu știu cum stabilim dacă un număr natural este prim! împărțim numărul dat la toate numerele naturale mai mici decât el, începând cu 2, în ordine crescătoare. Dacă una dintre aceste împărțiri are restul 0, rezultă că numărul dat este compus. Dacă nu, înseamnă că numărul dat este prim.



Trebuie să facem prea multe împărțiri! Nu există o cale mai scurtă?



Ba da! Nu împărțim la toate numerele, ci doar la cele prime!



Putem micșora și mai mult numărul de împărțiri necesare. Procedăm astfel: *Împărțim numărul dat la toate numerele prime în ordine crescătoare, începând cu 2, până când obținem restul 0 sau câtul mai mic sau egal cu împărțitorul. Dacă una dintre aceste împărțiri este exactă, atunci numărul dat este compus. Dacă nicio împărțire nu este exactă, atunci numărul este prim.*

Explică fiecare afirmație a copiilor.

Exersăm, învățăm!

1. Stabilește care dintre următoarele numere sunt prime și care sunt compuse:
5; 8; 11; 14; 23; 32; 41; 74; 93; 97; 100.

2. Mati a așezat în tabelul de mai jos calculele pe care le-a făcut pentru a vedea dacă numărul 137 este prim sau nu. Explică cum a gândit el. Care este concluzia?

Numărul	Împărțitorul	Împărțirea cu rest	Ce se deduce?
137	2	$137 = 2 \cdot 68 + 1$	$2 \nmid 137$
	3	$137 = 3 \cdot 45 + 2$	$3 \nmid 137$
	5	$137 = 5 \cdot 27 + 2$	$5 \nmid 137$
	7	$137 = 7 \cdot 19 + 4$	$7 \nmid 137$
	11	$137 = 11 \cdot 12 + 5$	$11 \nmid 137$

3. Folosește ciurul lui Eratostene pentru a alcătui un tabel cu numerele prime mai mici decât 120.

4. Există un număr prim mai mic decât 100 și care diferă cu 1 de un multiplu al lui 7?

5. Află: **a)** un număr prim de patru cifre;
b) numerele prime de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 3.

6. *Adevărat sau fals?* Motivează!



a) Orice număr natural este prim.
b) Orice număr natural este compus.
c) Orice număr natural este divizibil cu 2.
d) Niciun număr prim nu este divizibil cu 2.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Suma dintre un număr natural impar și un număr prim este 123. Află numerele.

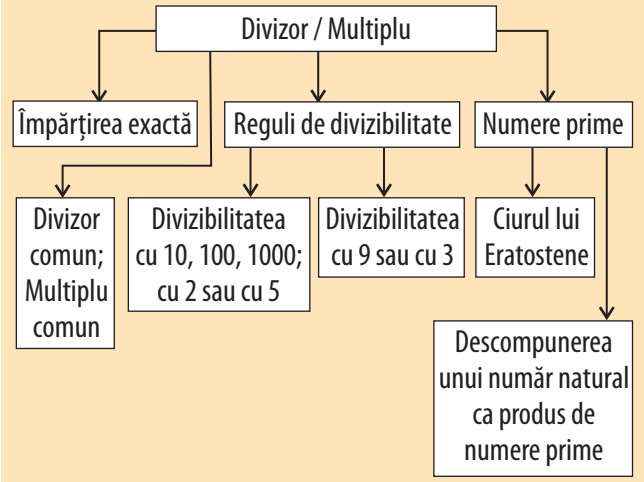
B Află numerele prime a și b, pentru care $2a + 3b = 32$.

C Află numerele prime a, b și c, știind că $2a + 3b + 4c = 30$.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să identific numere naturale divizibile cu 10, 2, 5, 9 sau 3;
- să determin numere naturale care îndeplinesc anumite condiții;
- să exprim numere naturale de cel mult două cifre, ca produs de numere prime;
- să aplic criterii de divizibilitate în situații practice.



Testul 1

1. Transcrie și completează tabelul, scriind în fiecare căsuță DA sau NU, după caz.

	… este divizibil cu …?					
	10	100	2	5	9	3
2475	?	?	?	?	?	?
130470	?	?	?	?	?	?
900	?	?	?	?	?	?

2. Determină toate numerele de forma $\overline{64x}$ care sunt divizibile cu 2, dar nu sunt multipli de 3.

3. Maia a aranjat 30 de cubulețe sub forma unui paralelipiped, pe fiecare latură fiind cel puțin două cubulețe. Ce dimensiuni are paralelipipedul?

4. Pe două autostrăzi, de 66 km, respectiv 110 km, autoritățile vor să construiască benzinării, la distanțe egale între ele, dar cât mai departe una de alta. În plus, trebuie amplasate benzinării la intrarea și la ieșirea din autostradă.

a) Pot fi amplasate benzinăriile la 10 km una de alta?

b) Ce distanță va fi între benzinării?

Testul 2

1. Transcrie și completează tabelul, scriind în fiecare căsuță DA sau NU, după caz.

	… este divizibil cu …?					
	10	100	2	5	9	3
75	?	?	?	?	?	?
2416	?	?	?	?	?	?
712050	?	?	?	?	?	?

2. Determină toate numerele de forma $\overline{81x}$ care sunt divizibile cu 3, dar nu sunt multipli de 5.

3. Radu a aranjat 45 de cubulețe sub forma unui paralelipiped, pe fiecare latură fiind cel puțin două cubulețe. Ce dimensiuni are paralelipipedul?

4. La o florărie sunt 36 de trandafiri și 45 de garoafe. Florarul vrea să aranjeze toate aceste flori, astfel încât să formeze cât mai multe buchete identice.

a) Poate conține un buchet 5 trandafiri?

b) Câte flori de fiecare fel va conține un buchet?

Proiect

Triatlonul problemelor



Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli dintr-un caiet de desen, coli A4
- *Scop:* Veți participa la un concurs de triatlon matematic; veți intra în competiție, depășind obstacolele, pentru a ajunge la final.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi, trei sau patru colegi*.
- Fiecare etapă a concursului constă în trei probe: *Rezolvă*, *Completează* și *Modifică*.
- Căutați problemele marcate cu . Pentru fiecare dintre acestea:
  - Rezolvați problema, folosind una dintre metodele din această unitate de învățare;
  - Completați rezolvarea, adăugând:
    - desene sugestive legate de tematica problemei;
    - informații privind probele sportive la care se referă enunțul.
  - Modificați problema, astfel încât să obțineți noi probleme, printre care măcar una să nu aibă soluție, iar alta să conțină date inutile.
- La final echipele vor alcătui un portofoliu cu fișele de lucru de la fiecare etapă a concursului.

Pentru început, depășiți obstacolele de pe traseul de triatlon montan, rezolvând problemele propuse.

1. La fiecare popas, concurenții primesc mere. Șapte concurenți au primit în total 14 mere. Câte mere a primit fiecare? Câte mere s-au dat pentru 14 concurenți?

2. Pentru sucurile oferite concurenților, s-au adus portocale și kiwi. Din 2 portocale și 3 kiwi se obțin 200 g de suc. Din 2 portocale și 6 kiwi se obțin 260 g de suc. Ce cantitate de suc se obține dintr-un singur fruct?

3. Distanța dintre popasuri este de 20 Km. Un concurent a parcurs 36 Km. Cât mai are până la primul popas?

4. Pe ultima porțiune de drum, concurentul supranumit „Ciclonul" și-a dublat viteza, ajungând la 50 Km pe oră. Ce viteză a avut înainte?

5. La una dintre probe, s-au folosit biciclete duble (echipaje cu 2 concurenți) și biciclete simple. Au fost în total 30 de biciclete și 40 de concurenți. Câte biciclete de fiecare fel au fost?

Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*. Fiecare echipă va evalua portofoliile celorlalte echipe.
  - Alegeți prin vot portofoliul care v-a plăcut cel mai mult.

Atenție! Nicio echipă nu votează propriul portofoliu.

Prezentare

- *Lucrați cu toată clasa*. Stabiliți clasamentul final, totalizând punctele propuse în cadrul echipelor.
- Se prezintă portofoliul echipei care a întrunit cele mai multe puncte.

Metoda reducerii la unitate

Cum gândim și rezolvăm probleme?

Pentru a rezolva probleme, este necesar să parcurgem mai mulți pași. Fiecare pas se compune din răspunsurile la anumite întrebări.

Observ și înțeleg

- Ce se cunoaște în problemă?
- Ce se cere în problemă?
- Cunosc vreo metodă de rezolvare care s-ar putea aplica?

Reprezint și planific

- Cum se leagă ceea ce se dă de ceea ce se cere?
- Ce mai trebuie aflat pentru a putea obține rezultatul?
- Pot realiza o schemă sau un desen sugestiv?

Redactez și explic

- Am stabilit toate legăturile necesare între date și rezultat?
- Cum prezint și explic, cât mai clar, ceea ce am făcut?

Verific și dezvolt

- Rezultatul obținut este corect? Se verifică toate datele problemei?
- Pot completa sau transforma problema?

Ce se cunoaște și ce se cere în problema următoare:
• Câte numere pare se găsesc între 131 și 153?

Cum aplicăm metoda reducerii la unitate?

În 5 cutii sunt 120 de bomboane.
Câte bomboane sunt în 3 cutii de același fel?

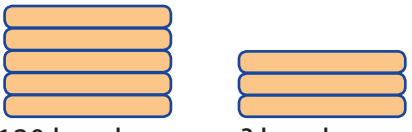
Observ și înțeleg

Scriu pe scurt datele problemei.

5 cutii ..... 120 bomboane
3 cutii ..... ? bomboane

Reprezint și planific

Reprezint datele cât mai sugestiv.
De exemplu:



120 bomboane ? bomboane

Pentru a afla câte bomboane sunt în 3 cutii, trebuie să aflăm mai întâi câte bomboane sunt *într-o singură cutie*: $120 : 5 = 24$

$3 \times 24 = 72$

Redactez și explic

Prezentăm calculele astfel:

5 cutii ..... 120 bomboane
1 cutie ..... $120 : 5 = 24$ (bomboane)
3 cutii ..... $3 \times 24 = 72$ (bomboane)

Răspuns: 72 bomboane.

Verific și dezvolt

Folosim criteriul de divizibilitate cu 3, pentru a verifica răspunsurile.
Pentru a rezolva problema, am folosit *metoda reducerii la unitate*.

Folosește aceleași date ale problemei, pentru a calcula câte bomboane sunt în 9 cutii de același fel. Verifică rezultatul prin criteriul de divizibilitate cu 9.

Exersăm, învățăm!

1. *Observă metoda de rezolvare.*

Trei pachete de biscuiți cântăresc împreună 420 g. Cât cântăresc 6 pachete de biscuiți de același fel?

Rezolvare:

6 este dublul lui 3; de aceea, 6 pachete de biscuiți vor cântări de două ori mai mult:

$420 \cdot 2 = 840$ grame. *Răspuns:* 840 g

Putem scrie rezolvarea astfel:

3 pachete ..... 420 g $\mid \cdot 2$

6 pachete ..... $420 \cdot 2 = 840$ g.

Această metodă de rezolvare a fost posibilă deoarece 6 este multiplu de 3.

Procedează la fel pentru a rezolva:

a) Cinci cutii de conserve costă 15 lei. Cât costă 15 cutii de conserve de același fel?

b) Opt caiete identice au în total 384 de foi. Câte foi au 4 caiete de același fel?

2. La proba de ștafetă, cei 4 atleți dintr-o echipă au de parcurs distanța totală de 1200 m. Știind că atleții parcurg distanțe egale, află după câți metri de la start s-a făcut al treilea schimb.

3. În problemele următoare, fructele de același fel au mase egale.

a) Un cântar în echilibru are 3 mere pe un taler și 4 portocale pe celălalt. Ce cântărește mai mult: mărul sau portocala?

b) Un cântar în echilibru are pe un taler 4 mere și 3 castane, iar pe celălalt 19 castane. Cu câte castane se echilibrează 3 mere?

c) Pe talerele unui cântar în echilibru se află de o parte o pară și 5 mere, iar de cealaltă parte 6 mere. Ce cântărește mai mult: para sau mărul?

4. Ema și Tic au rezolvat următoarea problemă:

O cutie cu 12 mingi de tenis de masă costă 84 lei. Cât costă 9 mingi de tenis?

Rezolvarea lui Tic

12 mingi ..... 84 lei

1 minge ..... $84 : 12 = 7$ lei

9 mingi ..... $9 \times 7 = 63$ lei.

Rezolvarea Emei

Putem împacheta mingile în seturi de câte 3:

12 mingi = 4 seturi ..... 84 lei

3 mingi = 1 set ..... $84 : 4 = 21$ lei

9 mingi = 3 seturi ..... $21 \times 3 = 63$ lei.

Ambele metode de rezolvare conduc la rezultatul corect. Metoda Emei a fost posibilă, deoarece 3 este divizor comun pentru 12 și 9. Procedează la fel și rezolvă prin două metode problemele:

a) Opt palete de tenis costă în total 288 de lei. Cât costă 20 de palete de același fel?

b) Un set de 15 fileuri de tenis cântărește 900 g. Cât cântăresc 10 fileuri de același fel?

- *Pentru problemele următoare precizează dacă lipsesc informații sau sunt informații în plus (și care sunt acestea).*

5. Un bilet pentru o călătorie dus-întors cu telecabina costă 20 lei pentru adulți și 10 lei pentru copii, iar un bilet de călătorie numai dus costă 12 lei pentru adulți și 6 lei pentru copii. Cât costă biletele de călătorie la dus pentru 5 adulți și 6 copii?

6. Cercul de fizică începe la ora 9, după care urmează cercul de informatică. Prima lecție durează 45 de minute, iar pauza 10 minute. La ce oră se termină cercul de informatică?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A 8 cutii identice cu bomboane conțin 232 de bomboane. Câte bomboane conține o cutie?

B 8 cutii identice cu bomboane conțin 232 de bomboane. Câte bomboane conțin 5 cutii de același fel?

C Rezolvă în două moduri!

8 cutii identice cu bomboane conțin 232 de bomboane. Câte bomboane conțin 12 cutii de același fel?

Metoda comparației

În ce constă metoda comparației?

3 lăzi cu lămâi și 2 lăzi cu portocale cântăresc 29 kg în total, iar 3 lăzi cu lămâi și 5 lăzi cu portocale cântăresc 50 kg în total. Cât cântărește o ladă cu lămâi? Dar o ladă cu portocale?

Observ și înțeleg

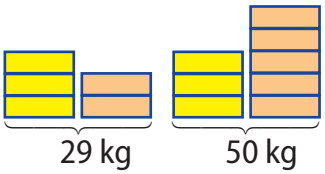
Scriu datele problemei pe scurt:

3 lăzi cu lămâi …… 2 lăzi cu portocale …… 29 kg

3 lăzi cu lămâi …… 5 lăzi cu portocale …… 50 kg

Reprezint și planific

Reprezint situația din problemă printr-o imagine sugestivă și compar.



Numărul lăzilor cu lămâi → același

Numărul lăzilor cu portocale → cu 5 – 2 = 3 mai mare. Din cauza celor 3 lăzi de portocale în plus, numărul de kilograme a crescut cu 50 – 29 = 21 kg.

Redactez și explic

Dacă 3 lăzi cu portocale cântăresc 21 kg,

atunci: 1 ladă cu portocale cântărește $21 : 3 = 7$ (kg),

2 lăzi cu portocale cântăresc $2 \times 7 = 14$ (kg),

iar 3 lăzi cu lămâi cântăresc $29 - 14 = 15$ (kg).

O ladă cu lămâi cântărește $15 : 3 = 5$ (kg).

Verific și dezvolt

O ladă cu lămâi cântărește 5 kg, iar o ladă cu portocale cântărește 7 kg.

Verificăm rezultatele:

3 lăzi cu lămâi și 2 lăzi cu portocale cântăresc $3 \times 5 + 2 \times 7 = 15 + 14 = 29$ (kg).

3 lăzi cu lămâi și 5 lăzi cu portocale cântăresc $3 \times 5 + 5 \times 7 = 15 + 35 = 50$ (kg).

Rezultatele verifică relațiile din enunț.

Rezolvă aceeași problemă, înlocuind 29 kg cu 21 kg și 50 kg cu 39 kg.

Cum procedăm pentru a face comparări?

Să observăm!

În problema de mai sus, compararea a fost posibilă pentru că cele două situații descrise în enunț aveau o parte comună (3 lăzi cu lămâi).

Analizăm următoarea problemă:

Pentru 5 stilouri și 6 pixuri s-a plătit suma de 37 lei, iar pentru 10 stilouri și 7 pixuri de același tip s-a plătit suma de 64 lei. Cât costă un stilou? Dar un pix?

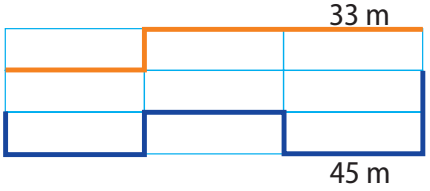
Observăm că în cele două situații nu sunt părți comune (numărul de stilouri, sau de pixuri). Ne putem imagina că, în prima situație, dublăm comanda: de aceea, pentru 10 stilouri și 12 pixuri, vom plăti $2 \times 37 = 74$ (lei).

Continuă rezolvarea problemei.

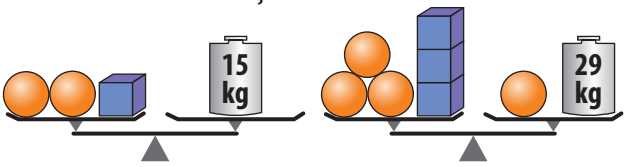
Exersăm, învățăm!

1. 5 saci cu făină și 3 saci cu cartofi cântăresc 562 kg. 7 saci cu făină și 3 saci cu cartofi de același fel cântăresc 722 kg. Cât cântărește un sac cu făină? Dar unul cu cartofi?

2. Observă imaginea, formulează o problemă pe baza ei, apoi rezolvă problema propusă.



3. Află cât cântărește fiecare obiect.



4. Pentru 4 kg de mere și 2 kg de portocale, Ioana a plătit 22 lei. Radu a cumpărat de la același magazin 1 kg de mere și 6 kg de portocale de aceeași calitate, pentru care a plătit 33 lei. Cât costă 1 kg de mere? Dar 1 kg de portocale?

5. La un concurs cu două probe A și B, se punctează doar răspunsurile corecte. Maia a răspuns corect la 5 întrebări din proba A și la 4 întrebări din proba B și a obținut 40 de puncte. Bogdan a răspuns corect la 3 întrebări din proba A și la 6 întrebări din proba B și a obținut 42 de puncte.
Câte puncte se acordă pentru întrebările din fiecare probă?
Ce informație ar mai trebui adăugată în enunț pentru a putea rezolva problema?

6. La operă, două bilete în lojă și 3 bilete la balcon costă 176 lei, iar un bilet în lojă și două bilete la balcon costă 94 lei. Cât costă biletele de fiecare fel?

7. Echipele participante la un concurs nautic trebuie să trimită colete cu materialul sportiv. Echipa „Sporting" a trimis 3 caiace și două bărci, care cântăresc împreună 211 kg. Echipa „Vâslașii" a trimis un caiac și două bărci, care cântăresc împreună 141 kg.
a) Cât cântărește fiecare ambarcațiune?
b) Ce informație ar mai trebui să conțină enunțul, pentru ca rezolvarea ta să fie corectă?

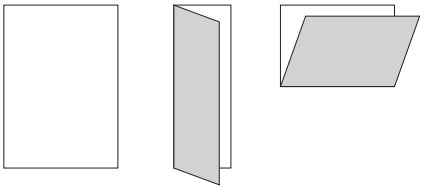
8. Ana a alcătuit, din fotografii de aceeași mărime, tablourile din imagine.





Când a înrămat tablourile, Ana a constatat că, pentru primul tablou, s-au folosit 88 cm de ramă, iar pentru al doilea tablou 80 cm de ramă. Ce dimensiuni au fotografiile folosite de Ana?

9. Alex a îndoit o foaie de hârtie „pe lung", apoi „pe lat", ca în imagine.



El a măsurat de fiecare dată perimetrele dreptunghiurilor formate după îndoirea foii și a obținut 80 cm, respectiv 70 cm. Ce dimensiuni are foaia de hârtie îndoită de Alex?

Alege și rezolvă în 5 minute!

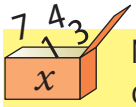
A Două caiete și trei pixuri costă 17 lei, iar două caiete și patru pixuri de același fel costă 22 lei. Cât costă un pix? Dar un caiet?

B Două caiete și trei pixuri costă 17 lei, iar patru caiete și cinci pixuri de același fel costă 29 lei. Cât costă un pix? Dar un caiet?

C Rezolvă în două moduri!
Două caiete și trei pixuri costă 17 lei, iar trei caiete și două pixuri de același fel costă 13 lei. Cât costă șapte caiete și opt pixuri?

N Folosirea literelor în calcule. Metoda figurativă

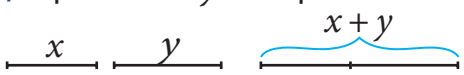
Cum reprezentăm calculele folosind litere?



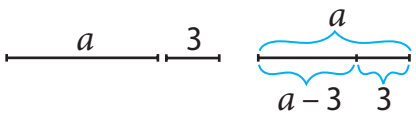
Ne gândim că literele țin locul numerelor. Ele seamănă cu niște cutii în care „punem" numere.

Deseori, este util să ilustrăm prin desene expresiile care conțin numere necunoscute. *De exemplu*:

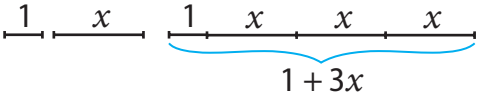
a) Expresia $x + y$ se reprezintă:



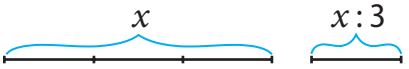
b) Expresia $a - 3$ se reprezintă:



c) Expresia $1 + 3 \cdot x$ se reprezintă:



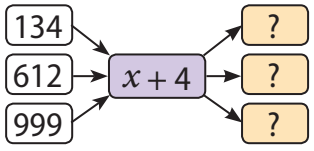
d) Expresia $x : 3$ se reprezintă:



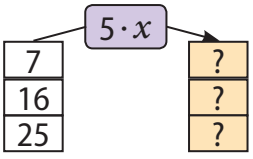
Cu ajutorul literelor, putem exprima pe scurt o regulă de calcul. De exemplu, $x + 5$ înseamnă „adună un număr neprecizat x cu 5."

Observă intrările și regula de obținere a rezultatelor. Află rezultatele.

a)



b)



c)

x	270	150	711
$x : 3$	?	?	?

În ce constă metoda figurativă?

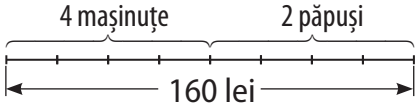
Pentru a rezolva probleme, reprezentăm datele necunoscute prin desene.

- O păpușă costă cât 2 mașinuțe. 4 mașinuțe și 2 păpuși costă, în total, 160 lei.
  Cât costă fiecare obiect?

Observ și înțeleg

Mașinuță
Păpușă

Reprezint și planific



Redactez și explic

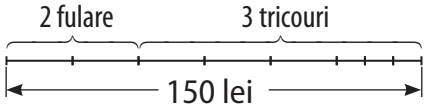
Observăm că 8 părți egale înseamnă 160 de lei.
160 lei : 8 = 20 lei → o mașinuță
2 · 20 lei = 40 lei → o păpușă

Verific și dezvolt

Răspuns: o mașinuță costă 20 lei;
o păpușă costă 40 lei.
Verificare: 40 lei : 20 lei = 2
2 · 40 lei + 4 · 20 lei = 160 lei

- Un fular este cu 5 lei mai ieftin decât un tricou. Două fulare și 3 tricouri costă, în total, 150 lei.
  Cât costă fiecare obiect?

Fular
Tricou 5



150 lei – 3 · 5 lei = 135 lei → suma părților egale
135 lei : 5 = 27 lei → un fular
27 lei + 5 lei = 32 lei → un tricou

Răspuns: un fular costă 27 lei;
un tricou costă 32 lei.
Verificare: 32 lei – 27 lei = 5 lei
2 · 27 lei + 3 · 32 lei = 150 lei

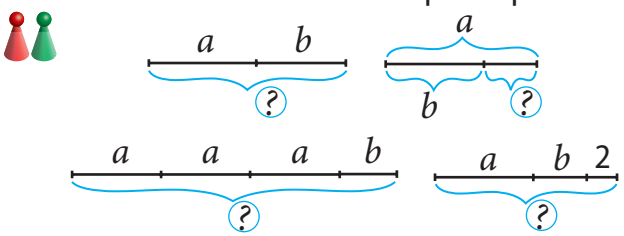
Enumeră asemănări și deosebiri între cele două probleme.

Exersăm, învățăm!

1. Copiază și completează tabelul:

a	b	$a+b$	$a-b$	$3a$	$2b$	$a\cdot b$	$3a+b$	$3a+2b$	$3a-2b$
6	2	8	4	18	4	12	20	22	14
12	5								
30	14								

2. Asociază fiecărui desen expresia potrivită:

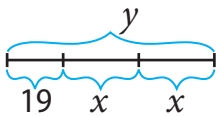


3. Ilustrează următoarele expresii prin desene:
a) $x+4$; **b)** $x-4$; **c)** $2x+4$;
d) $x+y+4$; **e)** $x+y-4$; **f)** $3x-4$.

4. *Alege răspunsul corect!*
Într-un coș se află y pere, dintre care 5 sunt coapte. Numărul perelor necoapte este:
a) $y+5$; **b)** $y-5$; **c)** $5+y$; **d)** $y:5$; **e)** $y\cdot 5$.

5. Ilustrează fiecare formulă prin câte un desen. Alege și scrie răspunsul corect.
Dan are t timbre, iar Sanda are cu 14 mai multe. Numărul timbrelor Sandei este:
a) $t-7$; **b)** $t+14$; **c)** $2t$; **d)** $13+t$; **e)** $3t$.

6. Care dintre următoarele situații corespund figurii alăturate?



a) x este cu 19 mai mic decât y
b) y este dublul lui x
c) y este mai mare decât 19 cu x
d) y este cu 19 mai mare decât dublul lui x
e) x este mai mic decât 19
f) x este cu 19 mai mic decât jumătatea lui y

7. Ilustrează prin câte un desen:
a) $a+b=12$; **b)** a este dublul lui b; **c)** $a-b=12$; **d)** a este de trei ori mai mic decât b.

8. Dacă se înlocuiește numărul x cu 526 în următorul circuit:

$x \rightarrow y=x+131 \rightarrow z=y-43 \rightarrow v=z\cdot 8 \rightarrow w=v:4$

se obține: $y=526+131=657$; $z=657-43=614$; $v=614\cdot 8=4912$; $w=4912:4=1228$.
Înlocuiește pe rând, în circuit, numărul x cu 5, 37, 582, 1 001 și află rezultatele.

9. O bluză costă cât 6 tricouri, iar o bluză și 4 tricouri costă în total 280 lei. Află prețul bluzei și prețul unui tricou.

10. Dacă pliem în 4 pe lungime și în 3 pe lățime o foaie dreptunghiulară, obținem un pătrat. Perimetrul foii nepliate este de 294 cm. Care este lățimea foii?

11. La proba de ștafetă 4×100 m, echipa școlii noastre a reușit să termine în 56 secunde. Schimbul 2 a alergat cu 1 sec mai repede decât schimbul 3, dar cu 2 sec mai încet decât schimbul 1. Schimbul 4 a fost cel mai rapid: a parcurs cei 100 m în 12 sec. Ce timp a înregistrat fiecare schimb al ștafetei?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Suma a două numere naturale este 240. Primul număr este cu 4 mai mare decât al doilea. Află numerele.

B Suma a două numere naturale este 244. Primul număr este de 3 ori mai mare decât al doilea. Află numerele.

C Suma a două numere naturale este 244. Împărțind primul număr la al doilea, obținem câtul 5 și restul cu 1 mai mic decât împărțitorul. Află numerele.

N Metoda mersului invers

Cum folosim operația inversă pentru a afla numere necunoscute?

Să observăm:

- Scăderea este operația inversă adunării: efectele lor se anulează reciproc.
- Împărțirea este operația inversă înmulțirii: efectele lor se anulează reciproc.

Exemple:

$23 \xrightarrow{+15} 38 \xrightarrow{-15} 23$ $\quad$ $31 \xrightarrow{-7} 24 \xrightarrow{+7} 31$

$13 \xrightarrow{\times 4} 52 \xrightarrow{:4} 13$ $\quad$ $85 \xrightarrow{:5} 17 \xrightarrow{\times 5} 85$

Este important să știm: Dacă $a = b + c$, atunci $b = a - c$ și $c = a - b$
Dacă $a = b \times c$, atunci $b = a : c$ și $c = a : b$.

Transformă egalitatea $x = 17 - y$, astfel încât să obții alte două egalități în care apar numerele x și y.



Uneori, mergând „invers”, ajungem mai repede…

În ce constă metoda mersului invers?

În tabăra de matematică participă elevi din clasele a V-a, a VI-a, a VII-a și a VIII-a. Cei dintr-a VI-a sunt de două ori mai mulți decât cei dintr-a V-a, cei dintr-a VII-a sunt cu 10 mai mulți decât cei dintr-a VI-a, iar cei dintr-a VIII-a sunt 30, ceea ce înseamnă cu 20 mai puțini decât cei dintr-a VII-a. Câți elevi din clasa a V-a participă la tabără?

Observ și înțeleg

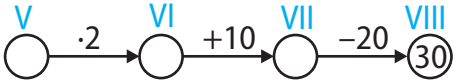
Pentru a scrie mai puțin, notăm cu V, VI, VII și VIII numărul elevilor din fiecare clasă, prezenți în tabără. Cu aceste notații, reprezentăm datele astfel:

V → ?
VI → de 2 ori mai mulți decât V
VII → cu 10 mai mulți decât VI
VIII → 30 = cu 20 mai puțini decât VII

Reprezint și planific

La sfârșit apare o informație clară. Pornim de la ea și mergem din aproape în aproape, de la sfârșit spre început.

Reprezentăm datele printr-o schemă:



Redactez și explic

Parcurgem drumul invers:

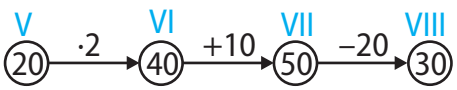


- Numărul elevilor din clasa a VII-a: → 30 + 20 = 50
- Numărul elevilor din clasa a VI-a: → 50 − 10 = 40
- Numărul elevilor din clasa a V-a: → 40 : 2 = 20

În tabără au mers 20 de elevi din clasa a V-a.

Verific și dezvolt

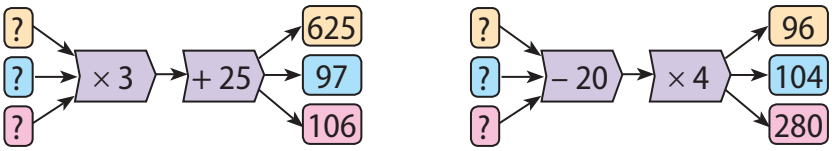
Verific:



Află un număr care, după ce îl triplăm și adunăm rezultatul cu 5, devine 65.

Exersăm, învățăm!

1. Ce numere s-au introdus în mașinile de calcul alăturate, pentru a obține rezultatele din dreapta?



2. Geo începe orele la 12. Îi trebuie 30 de minute pentru a ajunge de acasă la librărie, unde se oprește 5 minute pentru a cumpăra o carte. Drumul de la librărie până la școală durează 15 minute. La ce oră trebuie să plece de acasă pentru a ajunge la timp la școală?

Schema următoare reprezintă datele problemei.



Parcurge în sens invers drumul, pentru a afla ora de plecare.

Propune o problemă asemănătoare despre atleți.

3. Mati a inventat următoarea problemă:

M-am gândit la un număr din care am scăzut 80, apoi am dublat rezultatul, am scăzut 1 450 și am împărțit la 2. Am obținut 100. La ce număr m-am gândit?

a) Descrie problema printr-o schemă.

b) Află numărul necunoscut folosind metoda drumului invers.

c) Propune și tu o problemă asemănătoare.

4. Doamna Popescu face cumpărături în trei magazine. În primul cheltuiește jumătate din sumă, în al doilea cheltuiește 115 lei, iar în al treilea 213 lei. La întoarcerea acasă mai avea 50 lei. Câți bani a avut la început?

5. Liza trebuie să ajungă la școală la ora 13 și 30 de minute. Îi trebuie 20 de minute pentru drum și 25 de minute ca să treacă pe la un prieten să împrumute o carte. La ce oră trebuie să plece de acasă?

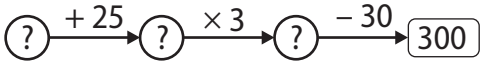
6. Dublăm un număr, apoi adunăm 5 și obținem 125. Care este numărul inițial?

7. La o librărie erau 2 845 de pixuri și stilouri. După ce s-au vândut 345 de pixuri, numărul stilourilor a fost de 4 ori mai mare decât cel al pixurilor. Câte pixuri și câte stilouri au fost la început în librărie?

8. După ce am cheltuit pe rechizite 25 lei, am primit de la Andrei de 3 ori câte 5 lei și i-am împrumutat lui Mihai 17 lei, constat că mai am numai 10 lei. Ce sumă am avut la început?

9. M-am gândit la un număr. Îl împart la 3, adun 7 la câtul obținut, înmulțesc suma cu 6, iar din produsul obținut scad 48 și obțin 60. La ce număr m-am gândit?

10. Compune o problemă care se poate modela prin schema:



11. Tic și Geo au împreună 574 de timbre. Dacă Geo i-ar da lui Tic 60 de timbre, copiii ar avea un număr egal de timbre. Câte timbre are fiecare? *Compune și rezolvă o problemă asemănătoare.*

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Mașina de calculat a lui Tic înmulțește cu 2, apoi scade 5 din rezultat. Cu ce număr a început Tic calculele, dacă în final a obținut 7?

B Mașina de calculat a lui Tic înmulțește cu 2, apoi scade 5 din rezultat. Cu ce număr a început Tic calculele, dacă a folosit succesiv de două ori mașina de calculat și a obținut în final 9?

C Mașina de calculat a lui Tic înmulțește cu 2, apoi scade 5 din rezultat. Cu ce număr a început Tic calculele, dacă a folosit succesiv de trei ori mașina de calculat și în final a obținut 13?

N Metoda falsei ipoteze

În ce constă metoda falsei ipoteze?

Pentru a plăti suma de 780 lei, Teo a folosit 22 de bancnote de 10 lei și 50 de lei. Câte bancnote de fiecare fel a folosit?

Observ și înțeleg

Date: Suma totală → 780 lei → 22 bancnote de 10 lei și 50 lei
Necunoscute: Număr bancnote de fiecare fel.

Reprezint și planific

Organizez enunțul în schemă:

Date: Suma totală → 780 lei
→ 22 bancnote < 10 lei, 50 lei
Necunoscute: Numărul de bancnote → ?

Dacă toate bancnotele ar fi de 10 lei, suma ar fi de $22 \cdot 10 = 220$ (lei).

Raportez diferența dintre sume → $780 - 220 = 560$
la diferența dintre valorile bancnotelor → $50 - 10 = 40$



Redactez și explic

Presupunem că toate bancnotele sunt de 10 lei.
În acest caz, suma este de: $22 \cdot 10 = 220$ (lei), iar diferența dintre suma plătibilă și aceasta este: $780 - 220 = 560$ (lei). Diferența provine din faptul că au fost folosite și bancnote de 50 lei. Diferența dintre o bancnotă de 50 lei și una de 10 lei este: $50 - 10 = 40$ (lei).
Bancnote de 50 lei sunt: $560 : 40 = 14$, iar de 10 lei sunt: $22 - 14 = 8$.

Verific și dezvolt

Verificare: $8 \cdot 10 + 14 \cdot 50 = 780$ (lei); $8 + 14 = 22$
Teo a folosit 14 bancnote de 50 lei și 8 bancnote de 10 lei.

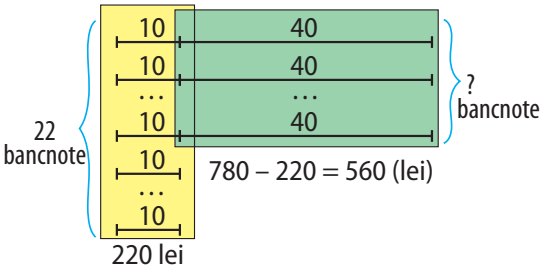
Metoda folosită se numește *„metoda falsei presupuneri"* (falsei ipoteze).

În general: Metoda falsei ipoteze constă în următoarele:
- se face o presupunere falsă legată de enunț;
- se analizează nepotrivirile cu enunțul;
- înțelegând cauzele nepotrivirilor, se determină informațiile cerute.

Rezolvă problema, presupunând însă că toate bancnotele sunt de 50 de lei.

Cum reprezentăm datele pentru a explica metoda falsei ipoteze?

Să observăm: Pentru problema de mai sus, putem reprezenta datele astfel:



Reprezentăm o bancnotă de 50 de lei ca un „pachet" format dintr-o bancnotă de 10 lei și o diferență de 40 lei.

Explică semnificația zonelor colorate pe schema de mai sus.

Exersăm, învățăm!

1. În blocul în care locuiește Ana sunt apartamente cu două sau cu trei camere. În total, sunt 30 de apartamente și 75 de camere. Câte apartamente de fiecare fel sunt în blocul Anei?

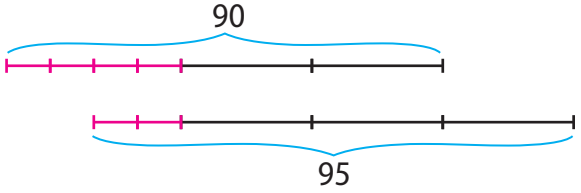
2. Un fermier glumeț spune: „Am găini și iepuri. Când număr capetele, găsesc 100. Când număr picioarele, găsesc 320". Câte găini are fermierul?

3. Vagoanele de tren de clasa I au câte 60 de locuri, iar vagoanele de clasa a II-a au câte 96 de locuri. Trenul București – Oradea are 14 vagoane și 1164 de locuri. Câte vagoane de fiecare fel are trenul?

4. Într-o rezervație sunt căprioare și fazani, în total 80 de capete și 200 de picioare. Câte căprioare și câți fazani sunt?

5. La fotbal, se acordă 3 puncte pentru victorie, 1 punct pentru meci egal și 0 puncte pentru meci pierdut. Echipa favorită lui Geo a obținut 45 de puncte după cele 22 de meciuri, în care a fost înfrântă doar de 3 ori. Câte victorii a avut în campionat această echipă?

6. Propune și rezolvă o problemă care se poate modela prin desenul:



7. La concursul „Micul matematician" fiecare întrebare valorează 3 sau 5 puncte, iar răspunsurile greșite nu se iau în calcul. Ema a răspuns corect la 15 întrebări, obținând un total de 63 de puncte. La câte întrebări de 5 puncte a răspuns corect Ema?

8. Liza are în colecția sa 138 de timbre românești și străine la un loc. Ea a schimbat 5 timbre românești pe 3 timbre străine. După mai multe schimburi, în colecția Lizei mai sunt 3 timbre românești și 97 de timbre străine. Câte timbre de fiecare fel avea Liza înainte de a face schimburile?

9. La întrecerile de atletism au intrat pe stadion 1240 de spectatori. Un bilet la tribuna I costă 15 lei, iar un bilet la tribuna a doua costă 10 lei. În total, suma încasată pe bilete a fost de 17000 lei. Câți spectatori au stat în fiecare tribună?

10. Suma de 1550 lei a fost plătită cu 23 de bancnote de 50 și 100 lei. Câte bancnote de fiecare fel s-au folosit?

11. Ana a citit zilnic același număr de pagini dintr-o carte de 240 de pagini. Dacă ar fi citit în fiecare zi cu 2 pagini mai mult, ar fi terminat cartea cu 4 zile mai devreme. În câte zile a citit Ana cartea?



Alege și rezolvă în 5 minute!

Considerăm următoarea problemă: La concursul nautic participă bărci cu echipaje de 4 sau de 8, în total, 16 bărci și 88 de sportivi. Câte bărci de fiecare fel participă?

A Rezolvă problema, pornind de la următoarea ipoteză (falsă):
Toate bărcile au câte 4 sportivi.

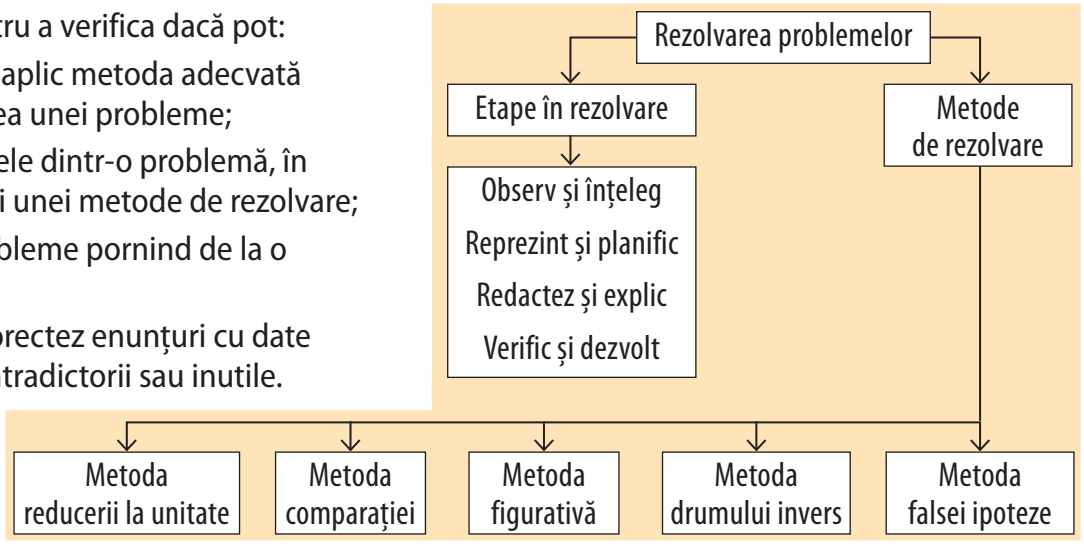
B Rezolvă problema, pornind de la următoarea ipoteză (falsă):
Toate bărcile au câte 8 sportivi.

C Rezolvă problema, pornind de la următoarea ipoteză (falsă):
În jumătate din bărci sunt câte 4 sportivi, iar în cealaltă jumătate sunt câte 8 sportivi.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să identific și să aplic metoda adecvată pentru rezolvarea unei probleme;
- să reprezint datele dintr-o problemă, în vederea aplicării unei metode de rezolvare;
- să formulez probleme pornind de la o schemă dată;
- să discut și să corectez enunțuri cu date incomplete, contradictorii sau inutile.

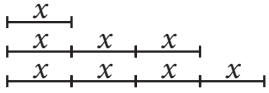


Testul 1

1. Fiecare cutie conține 18 sau 24 de bomboane. Liza a cumpărat 15 cutii, ce conțin în total 324 de bomboane. Câte cutii de fiecare fel a cumpărat Liza?

2. Ema a denumit „dublutrei" următoarea operație aplicată unui număr: se înmulțește numărul cu 2, apoi se scade 3 din rezultat. După ce a aplicat de două ori operația „dublutrei", pornind cu un număr ales de el, Tic a obținut rezultatul 15. Ema i-a spus: „Știu ce număr ai ales!" Cum a procedat Ema?

3. Alcătuiește o problemă după schema:



Rezolvă problema propusă de tine.

4. La teatru, două bilete de categoria I și un bilet de categoria a II-a costă 35 de lei, iar patru bilete de categoria I și două bilete de categoria a II-a costă 70 de lei.

a) Analizează problema și explică de ce nu poți afla cât costă fiecare tip de bilet.

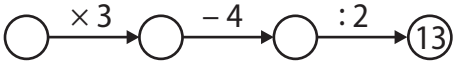
b) Modifică datele problemei, pentru ca aceasta să poată fi rezolvată.

Testul 2

1. Pentru cei 350 de excursioniști se pot comanda autocare cu 20 sau cu 45 de locuri. Mati a verificat faptul că 10 autocare de ambele feluri pot fi ocupate complet de excursioniști. Câte autocare de fiecare fel trebuie comandate?

2. În parc s-au plantat 240 de trandafiri albi, roz și roșii. Trandafirii roz sunt de 2 ori mai mulți decât cei albi, iar trandafirii roșii sunt tot atâția cât cei albi și roz împreună. Câți trandafiri de fiecare fel s-au plantat?

3. Alcătuiește o problemă după schema:



Rezolvă problema propusă de tine.

4. Dan și Gelu au împreună 162 CD-uri. Dan are de două ori mai multe CD-uri decât Gelu, iar Gelu are cu 54 de CD-uri mai puține decât Dan.

a) Calculează câte CD-uri are fiecare.

b) Analizează informațiile din problemă și explică de ce unele dintre acestea sunt inutile.

Proiect

Povestea șahului



Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli dintr-un caiet cu pătrățele.
- *Scop:* Veți desfășura o investigație care vă va ajuta să înțelegeți cum cresc puterile numărului 2.

Demult, în Persia, trăia un șah foarte bogat. Însă toate bogățiile lui nu reușeau să-i alunge plictiseala. Într-o zi, un brahman pe nume Sessa a adus la palat un joc cu piese de lemn. Șahul nu se mai dezlipea de acest joc: de aceea, i s-a spus jocul de șah.

— Spune-mi, ce bogății voiești pentru acest dar minunat? l-a întrebat șahul pe Sessa, dorind să-l răsplătească.

— Nu-ți cer decât atât: pentru primul pătrat al tablei de șah – un bob de grâu, pentru al doilea pătrat – două boabe, pentru al treilea – patru boabe și așa mai departe, pentru fiecare pătrat – dublul numărului de boabe corespunzător pătratului anterior, a răspuns brahmanul.

Mare a fost mirarea șahului când, încercând să satisfacă dorința lui Sessa, a constatat că toate bogățiile sale nu erau de ajuns ca să cumpere grâul cerut...



Realizarea investigației

- Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.
- Cam ce cantitate de grâu ar fi trebuit să primească Sessa pentru jocul inventat de el?
  Rezolvați toate problemele marcate cu , estimați cam câte boabe de grâu intră într-un kilogram, apoi finalizați investigația.

Interacțiune

- Discutați etapele și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*.
  - Verificați soluțiile problemelor. Discutați situațiile în care ați obținut rezultate diferite.
  - Completați cu alți pași ai investigației.

Prezentare

Lucrați cu toată clasa.
Fiecare echipă va prezenta problema care i s-a părut cea mai interesantă și va formula o concluzie privind investigația derulată.

Puterea unui număr natural

Ce este puterea unui număr natural?

Să observăm:

Descriem adunarea repetată a unui număr prin operația de înmulțire:

$$\underbrace{5+5+5+5+5+5}_{6 \text{ termeni}} = 6 \cdot 5$$

Asemănător, notăm: $\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{6 \text{ factori}} = 5^6$; obținem puterea a 6-a a lui 5.

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

EXPONENT

BAZĂ

cinci la a șasea

Este important să știm: Puterea a n-a a numărului natural a este produsul a n factori egali cu numărul a.

$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}} = a^n$, pentru a și n numere naturale, $n \neq 0$

Prin convenție, $a^1 = a$ și $a^0 = 1$ $(a \neq 0)$.

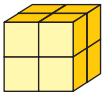
Calculează 2^4. Identifică baza și exponentul.

Cum denumim unele puteri?



Acest pătrat e format din 9 pătrățele identice. Aria lui este 3^2.

Citim: „trei la puterea a doua" sau „trei la pătrat".



Acest cub este format din 8 cubulețe identice. Volumul lui este 2^3.

Citim „doi la puterea a treia" sau „doi la cub".

Este important să știm:

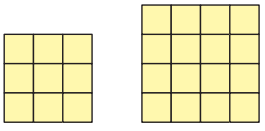
Pătratul numărului natural a este puterea cu exponent 2 a lui a.

Cubul numărului natural a este puterea cu exponent 3 a lui a.

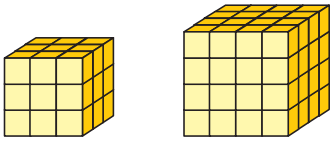
Calculează pătratul și cubul lui 5.

Cum comparăm puteri?

Să observăm!



Pătratul din stânga are aria mai mică, deci $3^2 < 4^2$.



Cubul din stânga are volumul mai mic, deci $3^3 < 4^3$.

Este important să știm: Dintre două puteri cu același exponent, mai mare este puterea cu baza mai mare.

Dintre două puteri cu aceeași bază, mai mare este puterea cu exponentul mai mare.

$5^{13} > 5^7$

Îmi imaginez că le așez pe o balanță:





Aplică regula și compară 3^2 cu 4^2, apoi verifică prin calcul dacă ai dreptate.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează în minte:
a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; **b)** $5 \cdot 5 \cdot 5$; **c)** 3^2; 4^2; 9^2; 10^2.

2. Scrie pe scurt, folosind puterile:
a) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; **b)** $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$;
c) $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15$; **d)** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

3. Scrie ca putere, apoi calculează:
a) pătratul lui 7;
b) cubul lui 5;
c) puterea cu exponent 4 și baza 5;
d) șase la a treia.

4. Copiază și completează:

x	x^1	x^2	x^3	x^4
100				
200				
300				
400				

5. Calculează: 0^{102}; 1^{5320}.

6. Determină afirmațiile adevărate.
a) $3^2 = 6$; **b)** $2^3 = 8$; **c)** $5^1 = 5$; **d)** $1^5 = 5$.

7. Calculează:
a) 11^2; **b)** 111^2; **c)** 1111^2; **d)** 11111^2.
Ce observi despre aceste rezultate?

8. **a)** O putere cu baza 2 este cuprinsă între 100 și 500. Care poate fi exponentul?
b) O putere cu exponentul 2 este cuprinsă între 100 și 500. Care poate fi baza?
c) Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc problemele de mai sus?
Alcătuiește probleme similare.

9. Scrie în ordine crescătoare numerele:
a) 2^4, 2^1, 2^5, 2^8. **b)** 3^2, 3^9, 3^7, 3^1, 3^4.

10. Ana a comparat 3^5 și 4^7, justificând astfel:
$3^5 < 4^5 < 4^7$, deci $3^5 < 4^7$
a) Explică fiecare inegalitate de mai sus, enunțând regula folosită;
b) Procedează la fel pentru a compara 4^{10} cu 3^8.

11. **a)** Calculează numerele 2^5 și 5^2; care dintre acestea este mai mare?
b) Compară 2^6 și 6^2.

12. **a)** Exprimă ca putere cu baza 2 numerele: 16; 64; 8; 2.
b) Exprimă ca putere cu exponent 2 numerele: 16; 64; 81; 1.

13. **a)** Calculează 11^2; 101^2; 1001^2; 10001^2.
b) Observă rezultatele, apoi scrie cât crezi că va fi rezultatul pentru 100001^2. Verifică prin calcul dacă ai dreptate.

14. Alege răspunsul corect.
Cubul lui 2 este:
a) 8; **b)** 6; **c)** 9; **d)**



15. **a)** Calculează 2^{10};
b) Află cel mai mic număr natural n pentru care $2^n > 10\,000$.

16. Câte puteri ale lui 5 sunt cuprinse între 1000 și 100000?
Dan a calculat: $5^4 = 625$; $5^7 = 78125$.
Verifică rezultatele și răspunde la întrebare.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: 3^2; 3^3; 3^4; 3^5.

B Calculează: 2^3, 2^4, 2^5, apoi scrie ca putere a lui 2 numerele: 16, 32, 64.

C Calculează 12^2, 102^2, 1002^2. Scrie rezultatul pentru 10002^2, apoi verifică-l prin calcul.

N

Ordinea operațiilor în calcule cu puteri

Ce priorități avem în calculele cu puteri?

Să comparăm:

Înmulțirea este o adunare repetată:

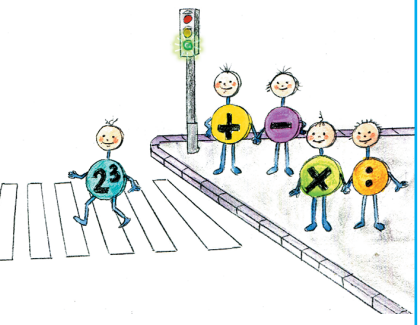
$$3 \cdot 5 = \underbrace{5 + 5 + 5}_{\text{3 termeni}}$$

De aceea, înmulțirea este o operație de ordinul al doilea.

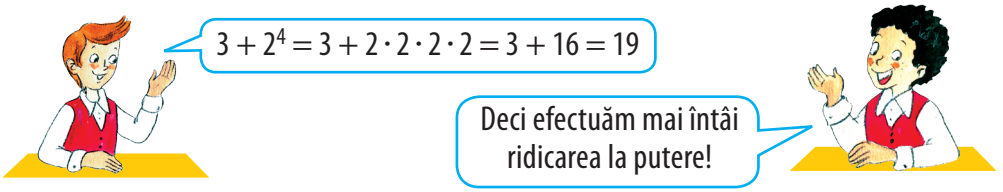
Ridicarea la putere este o înmulțire repetată:

$$5^3 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{\text{3 factori}}$$

De aceea, ridicarea la putere este operație de ordinul al treilea.



Știm că, într-un exercițiu în care apar doar adunări, scăderi, înmulțiri sau împărțiri, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul al doilea, apoi operațiile de ordinul întâi. Cum procedăm oare dacă apar și ridicări la putere?



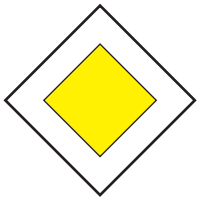
Este important să știm:
- Într-un exercițiu fără paranteze, se efectuează mai întâi operațiile de ordinul al treilea (ridicările la putere), apoi operațiile de ordinul al doilea (înmulțirile și împărțirile), apoi operațiile de ordinul întâi (adunările și scăderile).
- Operațiile de același ordin se efectuează succesiv, așa cum apar în exercițiu.

Copiază exercițiul următor pe caiet și scrie în locurile marcate ? numere care arată ordinea operațiilor.

$$3 + 15 : 3 + 2^4 \cdot 5 - 2^3 =$$

? ? ? ? ? ? ?

Ce priorități de calcul apar când folosim paranteze?



Acesta este semnul de prioritate: autoturismul care vine de pe drumul cu acest semn trece primul prin intersecție!

Să comparăm:

$(3 + 5) \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$

Parantezele ne indică schimbarea priorității de calcul.

$(3 + 5)^2 = ?$

Procedăm la fel: rezolvăm întâi paranteza.

$(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

Este important să știm:
- Dacă într-un exercițiu sunt folosite paranteze, atunci se efectuează mai întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi din parantezele drepte, apoi operațiile din acolade.
- În interiorul unei paranteze se respectă ordinea obișnuită a operațiilor.

Pentru exercițiul următor, precizează ordinea în care se fac operațiile:

$4 \cdot 2 + 3 \cdot [10 - (10 - 2^2)^3 : 36] - 1 =$

Exersăm, învățăm!

1. Calculează:
a) $2^3 - 1$; **b)** $2^3 + 2$; **c)** $2^3 + 1$; **d)** $2^3 \cdot 2$.

2. Calculează:
a) $2^3 + 2^2$; **b)** $2^3 - 2^2$; **c)** $2^3 \cdot 2^2$; **d)** $2^3 : 2^2$.

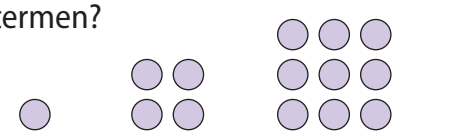
3. Calculează: **a)** $2 + 2^2 + 2^3$; **b)** $2 \cdot 2^2 + 2^3$;
c) $2 \cdot 2^2 - 2^3$; **d)** $2 \cdot 2^2 : 2^3$; **e)** $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3$;
f) $2 + 2^2 \cdot 2^3$; **g)** $2^3 + 2^2 + 2$; **h)** $2^3 - 2^2 \cdot 2$;
i) $2^3 - 2^2 + 2$; **j)** $2^3 : 2^2 - 2$.

4. Calculează: **a)** $1 + 3 + 3^2$; **b)** $3 + 3^2 + 3^3$;
c) $3^2 + 3^3 + 3^4$; **d)** [illegible].
Din greșeală, ultimul exercițiu s-a șters. Care crezi că ar trebui să fie acesta? Explică răspunsul.

5. Considerăm șirul de numere naturale:
$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ unde $a_0 = 2^0 + 2^0$;
$a_1 = 2^1 + 2^1$; $a_2 = 2^2 + 2^2$; $a_4 = 2^4 + 2^4$.
Scrie termenii a_3 și a_5.
Calculează acești termeni ai șirului.

6. Calculează exprimând rezultatele ca puteri ale lui 2:
a) $2^3 - 2^2 - 2$; **b)** $2^4 - 2^3 - 2^2$;
c) $2^5 - 2^4 - 2^3$; **d)** $2^6 - 2^5 - 2^4$; **e)** [illegible]
Din greșeală, exercițiul *e)* s-a șters. Care ar trebui să fie acesta? Motivează răspunsul.

7. Completează șirul următor cu al patrulea termen. Câte cerculețe cuprinde al zecelea termen?



8. Efectuează: $11 \cdot 10^3 : 2^3 : 5^3 + 2^3 \cdot 5 - 5^2 \cdot 2$.

9. Calculează:
a) $(36 + 8^2) : 10^2$; **b)** $7 \cdot 2^3 + 7 \cdot 2^2 + 7 \cdot 2$;
c) $5 \cdot 2^4 - 5 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2$; **d)** $[(3 + 7)^2 : 5^2] - 2$.

10. Calculează: **a)** $(3^4 - 3^3) : 2$;
b) $(2^4 - 2^3 - 2^2) : 4$; **c)** $(5^3 + 5^2) : (5^2 + 5)$;
d) $(2 + 2^2 + 2^3 + 2^4) : (2^5 - 2)$.

11. Observă cu atenție calculele următoare: toate sunt greșite!

$1+3^4=4^4=4\cdot4\cdot4\cdot4=256.$	$3\cdot2^2=6^2=6\cdot6=36.$
$10-3^2=7^2=49.$	$3^4-2^3=1^{4-3}=1^1=1.$

a) Rezolvă corect toate exercițiile și explică în ce constă greșeala în calculele de mai sus.
b) Pune paranteze la unele dintre aceste exerciții, astfel ca toate calculele de mai sus să conducă la rezultatul corect.

12. Efectuează:
a) $3 + [4 + (5 - 2^2) - 2]^3 =$
b) $1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot (2 - 1)^4 =$
c) $5 + \{[(2 \cdot 3^2 - 4^2) \cdot 2 + 2^3] : 6 - 1\}^2 =$

13. Observă desenele: în fiecare, din interiorul unui pătrat a fost decupat un alt pătrat.

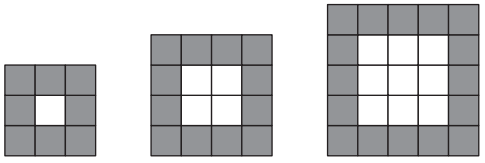


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

a) Exprimă printr-un calcul cu pătrate de numere, câte pătrățele negre sunt în fiecare.
b) Calculează câte pătrățele negre vor apărea în Figura 10. Desenează această figură și verifică prin numărare dacă ai dreptate.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $1 + 3^2 - 4 =$
$5 \times 2^3 + 1 =$

B Calculează: $2 + (5 + 2^2)^3 : 9 =$
$12 : (2^3 - 2) + 1 =$

C Calculează: $3^2 - \{3^2 - [3^2 - (1 + 2 \cdot 3)]\} =$
$5^2 + 4^2 - (3^2 - 2^3)^{20} =$

N

Reguli de calcul cu puteri

Cum înmulțim sau împărțim puteri care au aceeași bază?

Să observăm: $3^4 \cdot 3^5 = ?$

$3^4 \cdot 3^5 = \underbrace{(3\cdot3\cdot3\cdot3)}_{\text{4 factori}} \cdot \underbrace{(3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3)}_{\text{5 factori}} = \underbrace{3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3}_{(4+5)\text{ factori}} = 3^9$

Deci $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$. Asemănător, $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$.

Este important să știm: Oricare ar fi a, m și n numere naturale nenule, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Scriem baza și adunăm exponenții:
$2^1 \cdot 2^3 = 2^{1+3} = 2^4$;
$4^3 \cdot 4^5 = 4^{3+5} = 4^8$.

Să comparăm:

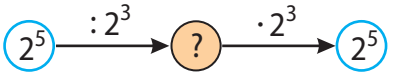
Scăderea e operația inversă adunării:



Împărțirea e operația inversă înmulțirii:



$2^5 : 2^3 = ?$



Observăm că putem înlocui ? cu 2^{5-3}, deoarece $2^{5-3} \cdot 2^3 = 2^5$.

Este important să știm: Oricare ar fi a, m și n numere naturale nenule, cu $m \geqslant n$, avem $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Scriem baza și scădem exponenții:
$5^{30} : 5^{27} = 5^{30-27} = 5^3 = 125$

Calculează în două moduri $2^3 \cdot 2^2$ *și* $2^4 : 2^2$.

Cum calculăm puterea unei puteri? Dar puterea unui produs?

Să observăm: $(2^2)^3 = ?$ $(2^2)^3 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^{2\cdot3} = 2^6$

Deci $(2^2)^3 = 2^{2\cdot3} = 2^6$. Asemănător, $(3^3)^5 = 3^{3\cdot5} = 3^{15}$.

Este important să știm: Oricare ar fi a, m și n numere naturale nenule, $(a^m)^n = a^{m\cdot n}$.

Scriem baza și înmulțim exponenții:
$(5^2)^5 = 5^{2\cdot5} = 5^{10}$;
$[(7^2)^3]^4 = (7^{2\cdot3})^4 = 7^{2\cdot3\cdot4}$

Să observăm: $(2\cdot3)^3 = ?$ $(2\cdot3)^3 = (2\cdot3)\cdot(2\cdot3)\cdot(2\cdot3) = (2\cdot2\cdot2)\cdot(3\cdot3\cdot3) = 2^3 \cdot 3^3$

Deci $(2\cdot3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$. Asemănător, $(3\cdot5\cdot7)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$.

Este important să știm: Oricare ar fi a, b și n numere naturale nenule, $(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

Ridicăm fiecare factor la putere:
$(2\cdot3\cdot5)^4 = 2^4\cdot3^4\cdot5^4$;
$(2^2\cdot3^3)^4 = (2^2)^4\cdot(3^3)^4 = 2^8\cdot3^{12}$.

Calculează în două moduri $(5^2)^3$ *și* $(2\cdot5)^3$.

Ce înseamnă puterea cu exponent 0 ?

Să comparăm: Calculăm în două moduri $2^3 : 2^3 = ?$

$2^3 : 2^3 = 8 : 8 = 1$

$2^3 : 2^3 = 2^{3-3} = 2^0$ → Deci $2^0 = 1$.

Este important să știm: $a^0 = 1$, oricare ar fi numărul nenul a.

0^0 nu este definit.

Calculează 7^1 *și* 7^0.

Exersăm, învățăm!

1. Tic crede că $0^0 = 1$. După ce a citit cu atenție explicațiile din lecție, Mati i-a spus: „Nu este corect pentru că …"
Ce crezi, care a fost argumentul lui Mati? Citește și tu explicațiile și vezi dacă acestea se aplică și pentru 0^0.

2. Ana are o altă demonstrație pentru faptul că $2^0 = 1$; iată cum a procedat ea:
$2^4 = 2^{4+0} = 2^4 \cdot 2^0$, deci $2^0 = 1$.
Explică modul în care a obținut Ana concluzia, enunțând regulile folosite de ea.

3. Scrie sub formă de putere cu baza 5:
a) $5^7 \cdot 5^2$; **b)** $5^7 : 5^2$; **c)** $(5^7)^2$.

4. Explică greșelile din rezolvările următoare:
a) $(2 \cdot 3)^5 = 2 \cdot 3^5$; **b)** $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 = 2^8$; **c)** $2^4 : 2 = 2^4$.

5. Aplică regulile de calcul cu puteri pentru a scrie mai simplu:
a) $9^{70} \cdot 9^{30} \cdot 9^{14} \cdot 9^{10}$; **b)** $18^0 \cdot 18 \cdot 18^{13} \cdot 18^{14}$;
c) $2^{50} : 2^{48}$; **d)** $29^{50} : 29^{14} : 29^{14}$;
e) $1997^{1998} : 1997^{1907}$; **f)** $(4^5)^3$; **g)** $(5^7 \cdot 5^3)^4$.

6. Calculează:
a) $2^{74} : (2^3 \cdot 2^{70}) + (2 + 2 \cdot 102) : 103$;
b) $3125 - 5 \cdot (2 + 2 \cdot 106) + 6^7 : (2^5 \cdot 3^5)$;
c) $2^3 + 2^{10} : 2^8 \cdot 2 + 2 \cdot 2^7 : 2^5 + 2^{10} : (3 \cdot 2^5 + 2^5) - 4 \cdot 2^3$;
d) $3^{87} : (3^3 \cdot 3^{14})^5 + 7 \cdot (352 - 350 : 2)$.

7. Calculează:
a) $(3^{204} : 3 + 10^{248} \cdot 10) : (3^{203} + 10^{249})$; **b)** $[2^7 \cdot 2^{10} + 5^{201} : 5^{106} - 3 \cdot (3^2)^5] : (2^{17} + 5^{95} - 3^9 \cdot 9)$;
c) $\left[2^{48} : 2^{18} + \left(3^4\right)^5 + 6^{23} : 6^{13}\right] : \left[\left(2^5\right)^2 \cdot \left(3^2\right)^5 + 2^{17} \cdot 2^{13} + \left(3^5\right)^{2^2}\right]$.

8. Cum putem exprima mai simplu suma unor puteri? Observă modul în care a procedat Liza, apoi rezolvă la fel exercițiile propuse.

Liza: $4^{16} + 5 \cdot 4^{14} = 4^2 \cdot 4^{14} + 5 \cdot 4^{14} = 4^{14} \cdot (4^2 + 5) = 21 \cdot 4^{14}$.

a) $3^{10} + 2 \cdot 3^{11} =$; **b)** $2 \cdot 5^{31} - 4 \cdot 5^{30} =$.

9. Pentru a compara numerele 2^5 și 4^3, Geo și Ana au procedat astfel:

Geo: Calculăm
$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
Deci $2^5 < 4^3$

Ana: Transformăm
$4^3 = (2^2)^3 = 2^6$
$2^5 < 2^6$
Deci $2^5 < 4^3$

Aplică cele două metode pentru a compara:
a) 9^3 și 3^5; **b)** 3^5 și 27^2; **c)** 16^3 și 8^4.

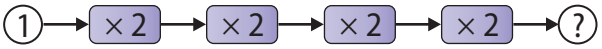
10. Elevii au avut de comparat numerele 2^9 și 3^6. Ema și Mati au procedat astfel:

Ema: Calculez
$2^9 = 512$
$3^6 = 729$
Deci $2^9 < 3^6$

Mati: Observ că
$2^9 = (2^3)^3 = 8^3$;
$3^6 = (3^2)^3 = 9^3$
Cum $8^3 < 9^3$,
deducem $2^9 < 3^6$.

Procedează la fel pentru a compara:
a) 5^4 și 3^6; **b)** 4^3 și 3^4.

11. Mașina de calculat a lui Tic înmulțește cu 2.
a) Ce rezultat se obține?



b) Ce rezultat se obține dacă pornim cu 1 și conectăm succesiv 20 de mașini de calculat?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie ca putere cu baza 2:
a) $2^4 \cdot 2^3 =$ b) $(2^3)^2 =$

B Scrie ca putere cu baza 2:
a) $2 \cdot 2^6 : 2^5 =$ b) $4^5 =$

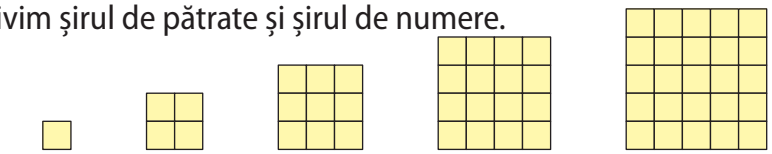
C Scrie ca putere cu baza 2:
a) $2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^{50} =$
b) $12^8 : 9^4 =$

N

Pătratul unui număr natural

Ce este un pătrat perfect?

Să privim șirul de pătrate și șirul de numere.



$1^2 = 1$ $2^2 = 4$ $3^2 = 9$ $4^2 = 16$ $5^2 = 25$

Numerele reprezintă ariile pătratelor din imagine. Fiecare dintre numerele 1, 4, 9, 16, 25 reprezintă puterea a doua a unui număr natural.

Este important să știm: Un număr obținut prin ridicarea la puterea a doua a unui număr natural se numește pătrat perfect.

Exemple: 81 este pătrat perfect, pentru că există numărul natural 9, astfel încât $81 = 9^2$. 5 nu este pătrat perfect, pentru că niciun număr natural ridicat la puterea a doua nu este egal cu 5.

49 este pătrat perfect? Dar 50?

Cum decidem dacă un număr este pătrat perfect?

- Observă șirul numerelor naturale de pe marginea paginilor 76 și 77. Numerele încadrate sunt pătrate perfecte, deoarece sunt obținute prin ridicarea la puterea a doua a unor numere naturale.
  Cum putem arăta că un număr natural *nu* este pătrat perfect?

Să observăm: $0^2 < 1^2$

$1^2 = 1 < 2 < 3 < 4 = 2^2$

$2^2 = 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9 = 3^2$

$3^2 = 9 < 10 < 11 < 12 < 13 < 14 < 15 < 16 = 4^2$

Este important să știm: Pentru a arăta că un număr natural *nu este pătrat perfect*, putem arăta că este cuprins între două pătrate de numere consecutive.

Exemplu: 115 nu este pătrat perfect, pentru că $10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2$.

- Privește tabelul alăturat. Ce observi?

Număr	Pătrat	Ultima cifră
0	0	0
1	1	1
2	4	4
3	9	9
4	16	6
5	25	5
6	36	6
7	49	9
8	64	4
9	81	1
10	100	0
11	121	1
12	144	4
13	169	9
14	196	6
15	225	5

Este important să știm: Ultima cifră a unui pătrat perfect poate fi: **0, 1, 4, 5, 6** sau **9**.



Numerele care au ultima cifră 2, 3, 7 sau 8 nu sunt pătrate perfecte.



Ultima cifră a numărului 127 este 7. Deci, 127 nu este pătrat perfect.

Nu întotdeauna un număr a cărui ultimă cifră este una din cifrele 0, 1, 4, 5, 6, 9 este pătrat perfect. De exemplu, 26 nu este pătrat perfect.



Găsește un număr care se termină cu 9 și nu este pătrat perfect.

Exersăm, învățăm!

1. Desenează pe caietul tău, apoi completează tabelul:

x	1	2	3	…	10
x^2	?	?	?	…	?

2. Scrie câte trei pătrate perfecte cuprinse între:

a) 50 și 150; **b)** 300 și 500; **c)** 500 și 700.

3. Scrie câte cinci numere care nu sunt pătrate perfecte, cuprinse între:

a) 300 și 500; **b)** 500 și 700.

4. Scrie numerele naturale cuprinse între 2^2 și 3^2, apoi între 3^2 și 4^2.

Între care dintre pătratele fiecărei perechi sunt mai multe numere?

5. Care dintre numerele a sau b este pătrat perfect?

$a = 4 \cdot [126 : 3 + 3 \cdot (9 - 4) + 8]$

$b = 106 - 3 \cdot [2 + 22 \cdot (204 : 4 - 3 \cdot 17)]$

6. Care dintre următoarele numere sunt pătrate perfecte?

a) 3^5; **b)** 4^3; **c)** 10^3; **d)** 2^6; **e)** 3^4; **f)** 5^6?

7. Arată că numerele:

$a = 5 + 4 \cdot 5$;

$b = 3^2 \cdot 5^0 + 2^2 + 3$;

$c = 10 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 4$

sunt pătrate perfecte.

8. Numărul: $n = 1 + 2 + 3 + \ldots + 9 + 10 + 3^2$ este pătrat perfect?

9. Explică de ce numerele 43, 67, 1 348 nu sunt pătrate perfecte.

10. Arată că numerele:

$a = 4^3 \cdot 6^0 + 3^3 + 2^3 + 5^0$;

$b = 2\,775 + 2\,774 \cdot 2775$;

$c = 6 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$

sunt pătrate perfecte.

11. Câte pătrate perfecte sunt cuprinse între:

a) 0 și 101; **b)** 101 și 1000; **c)** 1 000 și 10 001?

Motivează răspunsul.

12. Arată că numărul:

$x = 101 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 100)$

este pătrat perfect.

13. Dovedește că oricare ar fi numărul natural p, $5p + 2$ nu poate fi pătrat perfect.

14. a) Câte numere naturale de două cifre se pot forma cu cifre care să reprezinte multipli ai lui 3? Câte dintre aceste numere sunt pătrate perfecte?

b) Aceeași problemă pentru numere de trei cifre.

15. a) Arată că dacă numărul n este pătrat perfect și are cifra unităților 0, atunci n are și cifra zecilor 0.

b) Arată că dacă numărul natural n este pătrat perfect și $n \vdots 3$, atunci $n \vdots 9$.

16. a) Completează tabelul:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n										



b) Observă ultima cifră a numerelor obținute, apoi arată că 2^{17} și 2^{19} nu sunt pătrate perfecte.

Alege și rezolvă în 5 minute!

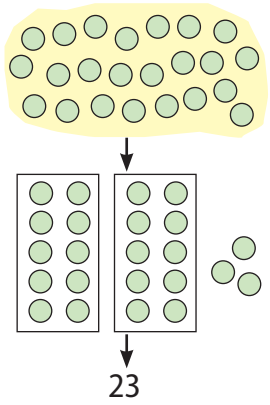
A Verifică dacă numerele 149, 159 și 169 sunt pătrate perfecte.

B Arată că numărul 2^8 este pătrat perfect, dar 2^9 nu este pătrat perfect.

C Demonstrează că, dacă un număr natural se termină cu exact trei cifre de 0, atunci acesta nu este pătrat perfect.

N Baze de numerație

Cum exprimăm numerele în baza 10 ?



Să observăm:

Pentru a scrie în baza zece numărul corespunzător unei grămezi de obiecte:

- grupăm obiectele câte zece: eventual, rămân obiecte negrupate;
- regrupăm grupele câte zece;
- continuăm la fel, grupând de fiecare dată câte zece grupele complete formate anterior.

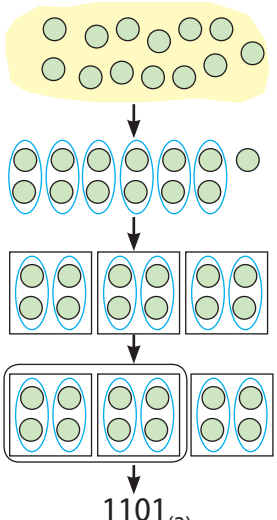
La fiecare pas, asociem numărului de obiecte negrupate o cifră (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sau 9). Prin scrierea succesivă, de la dreapta la stânga, a acestor cifre, reprezentăm în baza 10 numărul de obiecte din grămadă.

Este important să știm:

- Scrierea în baza 10 a unui număr natural de trei cifre a, b, c $(a \neq 0)$ este $\overline{abc}$ și reprezintă numărul $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$.
- Scrierea în baza 10 a unui număr natural de patru cifre a, b, c, d $(a \neq 0)$ este $\overline{abcd}$ și reprezintă numărul $a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$.

Folosește puteri ale lui 10 *pentru a descrie numărul* 51 407.

Cum se scriu numerele în baza 2 ?



- Gruparea obiectelor câte zece, descrisă mai sus, este convențională; la fel de bine, putem grupa obiectele câte două. Vom reprezenta astfel numărul de obiecte în baza 2.

Pentru aceasta:

- grupăm obiectele câte două: eventual, un obiect rămâne negrupat;
- regrupăm grupele câte două: obținem „perechi de grupe" complete;
- continuăm la fel cu grupele de grupe, pe care le grupăm câte două.

La fiecare pas, asociem numărului de obiecte negrupate cifra 0 sau 1. Prin scrierea succesivă, de la dreapta la stânga, a acestor cifre, reprezentăm în baza 2 numărul de obiecte din grămadă.

- Să reluăm procedeul descris mai sus pentru 13 obiecte:
  - grupăm obiectele câte două: $13 = 6 \cdot 2 + 1$
  - grupăm cele 6 grupe câte două: $6 = 3 \cdot 2 + 0$
  - grupăm cele 3 „perechi de grupe" câte două: $3 = 1 \cdot 2 + 1$.

Scriem acum numărul 13, ținând cont de egalitățile obținute anterior.

$13 = 6 \cdot 2 + 1 = (3 \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 = [(1 \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0] \cdot 2 + 1 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1.$

Am obținut: $13 = 1101_{(2)}$.

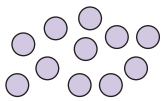
13	2
12	6 | 2
1	6 | 3 | 2
	0 | 2 | 1
	1

Este important să știm: Scrierea în baza 2 a unui număr natural cu cifrele a, b, c, d (unde $a \neq 0$, a, b, c, d sunt 0 sau 1) este $\overline{abcd}_{(2)}$ și reprezintă numărul $a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d$.

Verifică dacă ai înțeles! Scrie în baza 2 numărul 15.

Exersăm, învățăm!

1. Folosind metoda grupării câte două a obiectelor, reprezintă în baza doi numărul de discuri din imagine.



2. Exprimă numerele următoare, folosind puteri ale lui 10:

a) 304791; **b)** 500012; **c)** 21945.

3. Scrie în baza 10 numerele:

a) $6 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4$;

b) $2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 2$.

4. Observă cum a procedat Mati pentru a scrie în baza 2 numărul 11.

$11 = 2 \cdot 5 + 1$
$5 = 2 \cdot 2 + 1$
$2 = 2 \cdot 1 + 0$
$1 = 2 \cdot 0 + 1$

Deci $11 = \overline{1011}_{(2)}$

a) Explică modul de calcul folosit de Mati.

b) Scrie și tu în baza 2 numerele 17; 23; 50.

5. Liza a alcătuit un tabel cu câteva puteri succesive ale lui 2:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256

Folosește tabelul pentru a preciza, înainte de efectuarea transformărilor, câte cifre va avea în baza 2 numărul 195. Transformă acest număr, pentru a te convinge dacă ai dreptate.

6. Află cifra a, știind că:

a) $\overline{aa} + \overline{aaa} = 366$;

b) numărul $\overline{2a5}$ este divizibil cu 7.

7. Determină cel mai mic număr care, scris în baza 2, are cinci cifre.

8. Pentru a estima ordinul de mărime al numărului 2^{22}, Ana a procedat astfel:

- calculăm $2^{10} = 1024$.
- aproximăm $1024 \approx 1000 = 10^3$.
- estimăm $2^{22} = 2^2 \cdot (2^{10})^2 \approx 4 \cdot 10^6$.

Deci 2^{22} este de ordinul milioanelor.

Procedează la fel pentru a estima ordinul de mărime al numărului 2^{64}.

9. Arată că un număr natural care dă restul 3 la împărțirea cu 4 are, în scrierea în baza 2, ultimele două cifre egale cu 1.

10. **a)** Scrie numărul 41 ca o sumă de puteri diferite ale lui 2.

b) Scrie numărul 41 ca o sumă sau diferență de puteri diferite ale lui 3.

11. **a)** Observă modul în care Mati a calculat $1 + 2 + 2^2 + 2^3$:

– notăm $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3$

– calculăm $S + 1 = (1 + 1) + 2 + 2^2 + 2^3$
$= (2 + 2) + 2^2 + 2^3$
$= (2^2 + 2^2) + 2^3$
$= 2^3 + 2^3$
$= 2^4$

– deci $S = 2^4 - 1$

Procedează la fel pentru a calcula $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{63}$.

b) În baza 10, numerele 99 și 100; 999 și 1000 sunt consecutive. Analog, în baza 2, numerele 11 și 100; 111 și 1000 ar trebui să fie consecutive. Verifică această afirmație.

c) Folosește scrierea în baza 2, pentru a explica egalitatea:
$2^{10} + 2^9 + \ldots + 2^2 + 2 + 1 + 1 = 2^{11}$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie în baza 2 numărul 18.

B Scrie în baza 2 numărul 100.
Scrie în baza 10 numărul $1111_{(2)}$.

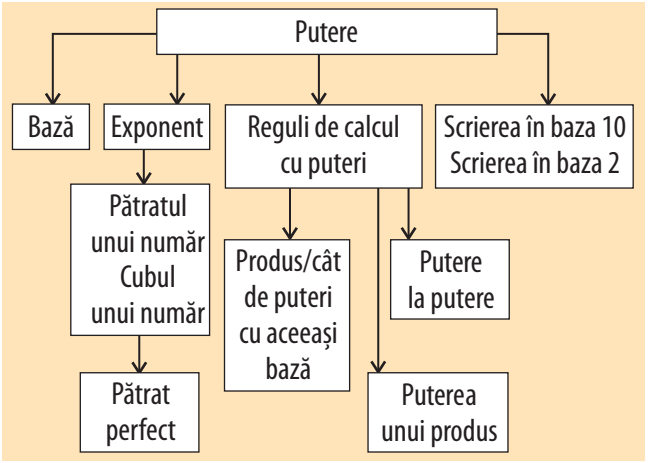
C Determină toate numerele naturale care au, în baza 2, exact șase cifre.

$29 = 11101_{(2)}$
$28 = 11100_{(2)}$
$27 = 11011_{(2)}$
$26 = 11010_{(2)}$
$25 = 11001_{(2)}$
$24 = 11000_{(2)}$
$23 = 10111_{(2)}$
$22 = 10110_{(2)}$
$21 = 10101_{(2)}$
$20 = 10100_{(2)}$
$19 = 10011_{(2)}$
$18 = 10010_{(2)}$
$17 = 10001_{(2)}$
$16 = 10000_{(2)}$
$15 = 1111_{(2)}$
$14 = 1110_{(2)}$
$13 = 1101_{(2)}$
$12 = 1100_{(2)}$
$11 = 1011_{(2)}$
$10 = 1010_{(2)}$
$9 = 1001_{(2)}$
$8 = 1000_{(2)}$
$7 = 111_{(2)}$
$6 = 110_{(2)}$
$5 = 101_{(2)}$
$4 = 100_{(2)}$
$3 = 11_{(2)}$
$2 = 10_{(2)}$
$1 = 1_{(2)}$

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să scriu numere date ca putere cu baza sau exponentul precizate;
- să efectuez operații cu puteri;
- să compar numere naturale scrise ca puteri;
- să analizez dacă un număr dat este sau nu pătrat perfect;
- să estimez ordinul de mărime al unor puteri.



Testul 1

1. Completează cu numărul potrivit:

$64 = 2^{\square}$

2. Calculează, ținând seama de ordinea efectuării operațiilor:

a) $3 \cdot [3 + 3 \cdot (3^3 + 3^4 : 3^2)]$;

b) $[(2^5)^2 + 2^5 - 1] : [(2^2)^5 + 2 \cdot 2^4 - 2^8 : 2^8]$.

3. Compară numerele:

a) 2^5 și 2^7;

b) 7^5 și 6^5;

c) 3^{11} și 9^5.

4. Marchează căsuța potrivită!

Este numărul 37103 pătrat perfect?

Da ☐ Nu ☐

5. Folosește aproximarea $3^2 \approx 10$, pentru a estima ordinul de mărime al numărului 3^{15}.

Testul 2

1. Completează cu numărul potrivit:

$81 = 3^{\square}$

2. Calculează, ținând seama de ordinea efectuării operațiilor:

a) $2 \cdot [2 + 2 \cdot (2^4 + 2^5 : 2^3)]$;

b) $[(3^4)^2 + 2^6 : 2^2 - 2] : [(3^2)^4 + 4^2 - 2^5 : 2^4]$.

3. Compară numerele:

a) 3^6 și 3^4;

b) 5^6 și 4^6;

c) 8^3 și 2^{10}.

4. Marchează căsuța potrivită!

Este numărul 41057 pătrat perfect?

Da ☐ Nu ☐

5. Folosește aproximarea $5^3 \approx 100$, pentru a estima ordinul de mărime al numărului 5^{13}.

Proiect

Coduri și mesaje

Planul de lucru

- *Scop:* Veți inventa propriul vostru cod secret și îl veți folosi într-o problemă pe care colegii o vor decodifica și rezolva.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
- Asociați fiecărei litere din alfabet o fracție, astfel încât *la litere diferite să corespundă fracții diferite*; acesta este codul echipei voastre. Folosiți codul pentru a codifica problema propusă de voi. Codul vostru va fi cu atât mai interesant cu cât folosiți mai multe reprezentări echivalente pentru aceeași literă. De exemplu, când scrieți un mesaj în care apare litera A, iar pentru A ați ales codul $\frac{1}{4}$, puteți utiliza următoarele reprezentări.

; un sfert; $\frac{1}{2^2}$; 25%

Comunicare

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- Porniți o ștafetă! Exprimați numeric fracțiile reprezentate pe această pagină. Spuneți în câte părți egale a fost împărțit întregul.

Să ne-amintim!

O fracție reprezintă una sau mai multe părți dintre părțile egale în care a fost împărțit un întreg sau mai mulți întregi identici.

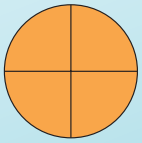
Pentru a înțelege cât reprezintă o fracție dintr-un întreg, trebuie să menționăm întregul. Acesta poate fi:

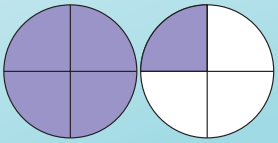



64

O fracție poate fi: *subunitară*, *echiunitară* sau *supraunitară*.


Fracția $\frac{3}{8}$ este *subunitară* (reprezintă mai puțin decât un întreg).


Fracția $\frac{4}{4}$ este *echiunitară* (reprezintă un întreg).


Fracția $\frac{5}{4}$ este *supraunitară* (reprezintă mai mult decât un întreg).

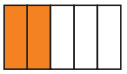
Prezentare

- La final, schimbați cu o altă echipă problema codificată. Decodați problemele, rezolvați-le, apoi prezentați soluția.

Q Scoaterea și introducerea întregilor într-o fracție

Cum notăm și cum citim fracțiile?

În desenul alăturat, am colorat două din cele cinci părți egale în care a fost împărțit un întreg.



Spunem că partea colorată reprezintă două cincimi; notăm fracția corespunzătoare cu $\frac{2}{5}$ și citim „doi supra cinci" sau „doi pe cinci".

$\frac{2}{5}$ ← NUMĂRĂTOR
linie de fracție
NUMITOR

Este important să știm: Orice fracție se scrie sub forma $\frac{a}{b}$, unde a, b sunt numere naturale, $b \neq 0$.

- Numitorul fracției (adică b) arată în câte părți egale a fost împărțit întregul.
- Numărătorul fracției (adică a) arată câte dintre aceste părți se iau în considerare.

Fracția $\frac{5}{9}$ arată că întregul a fost împărțit în … părți egale, din care au fost luate … .

Fracțiile cu numitorul 100 se mai numesc procente: scriem 3% în loc de $\frac{3}{100}$ și citim „trei la sută".

Cuvântul *procent* provine din limba latină: „per centum" înseamnă „pe o sută".

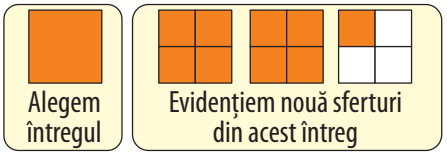


Băncile, comercianții, întreprinderile folosesc procente pentru a exprima cheltuieli, beneficii, măriri sau micșorări ale costurilor.

Cum scoatem întregii dintr-o fracție supraunitară?

Să observăm:

Pentru a reprezenta prin desen fracția $\frac{9}{4}$:



Grupând sferturile care formează întregi, observăm că $\frac{9}{4}$ înseamnă doi întregi și un sfert.

Notăm: $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ și spunem că am scos întregii din fracție.

Este important să știm: Pentru a scoate întregii dintr-o fracție, împărțim cu rest numărătorul la numitor.
Dacă $a = b \cdot c + r,\ 0 \leq r < b$, scriem $\frac{a}{b} = c\frac{r}{b}$.

Scoate întregii din fracția $\frac{47}{13}$.

Cum introducem întregii într-o fracție?

Vrem să aflăm câte sferturi de oră înseamnă trei ore și un sfert. Fiecare oră are patru sferturi; de aceea, trei ore și un sfert înseamnă $3 \cdot 4 + 1 = 13$ sferturi.
Exprimăm această egalitate astfel:

$3\frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{13}{4}$. Spunem că am introdus întregii în fracție.

Este important să știm: Pentru a introduce întregii într-o fracție, transformăm fiecare întreg într-o fracție echiunitară: $c\frac{r}{b} = \frac{c \cdot b + r}{b}$.

Scrie pe caietul tău, apoi completează: $4\frac{2}{5} = \frac{\square \cdot \square + 2}{5}$.

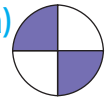
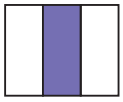
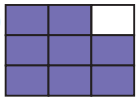
Exersăm, învățăm!

1. Citește în cât mai multe moduri fracțiile:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{4}$.

2. Scrie fracțiile: **a)** două cincimi;
b) cinci pe doi; **c)** trei sferturi;
d) patru jumătăți; **e)** trei optimi.

3. Ce fracții sunt reprezentate în aceste desene?

a)  b)  c)  d) 

e)  f)  g) 

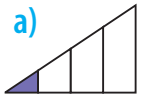
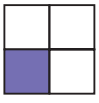
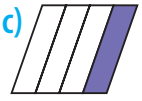
4. Scoate întregii din fracțiile:

$\frac{17}{5}$; $\frac{4}{3}$; $\frac{18}{6}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{15}{2}$; $\frac{253}{4}$.

5. Introdu întregii în fracțiile:

$3\frac{1}{2}$; $1\frac{4}{5}$; $7\frac{2}{3}$; $15\frac{14}{15}$; $100\frac{17}{20}$.

6. În care dintre următoarele desene este reprezentată o pătrime?

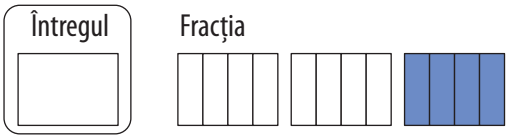
a)  b)  c)  d) 

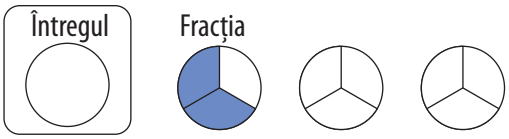
7. Arată printr-un desen că:

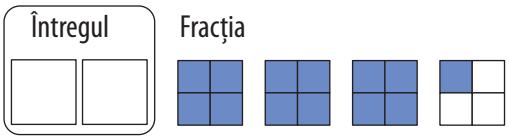
a) $\frac{0}{5}=0$; **b)** $\frac{3}{1}=3$; **c)** $\frac{3}{3}=1$.

8. Fracția Necunoscută se prezintă:
„În familia mea, toate fracțiile au numitorul 6 și, când scoatem întregii, obținem 3".
Cât de numeroasă ar putea fi familia Fracției Necunoscute?

9. Câteva fracții au fost reprezentate prin culoare pe desenele de mai jos. Scrie de fiecare dată fracția și precizează dacă este subunitară, echiunitară sau supraunitară.

a) 

b) 

c) 

10. La muzică folosim semne specifice pentru a exprima valoarea și durata unui sunet:

Valoare	Semnul sunetului	Durata
notă întreagă		4 timpi
doime		2 timpi
doime cu punct		3 timpi
pătrime		1 timp
optime		$\frac{1}{2}$ timp

a) Considerând doimea ca fiind întregul față de care raportăm durata unei note, exprimă duratele tuturor celorlalte note ca fracție din acest întreg.

b) Căror note muzicale le corespund fracții supraunitare?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Reprezintă un întreg printr-un dreptunghi. Colorează porțiuni care corespund fracțiilor $\frac{3}{5}$ și $\frac{8}{5}$.

B Scrie fracțiile care arată ce parte din desen este colorată cu fiecare culoare.



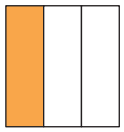
C Determină numerele naturale a și b, pentru care fracția $\frac{4}{(a+3)(b-1)}$ este echiunitară.

Fracții echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor

Ce sunt fracțiile echivalente?

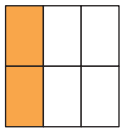
Trei întregi identici au fost împărțiți în 3, 6 sau 12 părți egale.

3 părți egale



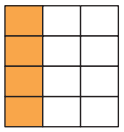
$\frac{1}{3}$

6 părți egale



$\frac{2}{6}$

12 părți egale



$\frac{4}{12}$

Observăm: cele trei fracții reprezintă aceeași parte din întreg.

Spunem: fracțiile $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$ și $\frac{4}{12}$ sunt echivalente

Scriem: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$

i Spunem pe scurt „fracții egale" în loc de „fracții echivalente", referindu-ne la numărul reprezentat de aceste fracții.

Este important să știm: Fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ (cu a, b, c, d numere naturale, $b \neq 0$, $d \neq 0$) sunt echivalente dacă ele reprezintă aceeași parte dintr-un întreg. În acest caz, scriem $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
Două fracții echivalente reprezintă un același număr.

Sunt oare echivalente fracțiile $\frac{1}{2}$ și $\frac{3}{4}$? Realizează desene pentru a răspunde.

Cum obținem fracții echivalente cu o fracție dată?

Să observăm:

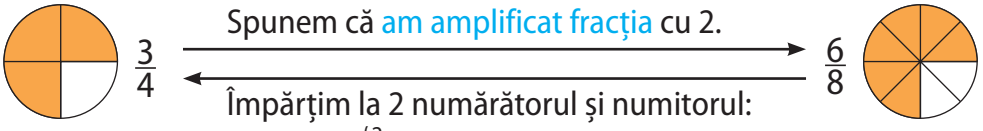
Desenele de mai jos arată că $\frac{3}{4}$ și $\frac{6}{8}$ sunt fracții echivalente.

Trecem de la primul desen la al doilea, împărțind fiecare sfert în câte două părți egale.

Înmulțim cu 2 numitorul și numărătorul:

Scriem: $\overset{2)}{\frac{3}{4}} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{6}{8}$.

Spunem că am amplificat fracția cu 2.



Împărțim la 2 numărătorul și numitorul:

Scriem: $\frac{6}{8} \overset{(2}{=} \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$.

Spunem că am simplificat fracția cu 2.

i Numărul cu care amplificăm sau simplificăm o fracție trebuie să fie diferit de 0.

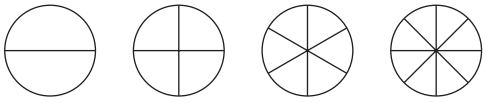
Este important să știm:

- A amplifica o fracție cu un număr natural nenul înseamnă să înmulțim numărătorul și numitorul fracției cu acel număr.
- A simplifica o fracție cu un număr natural nenul înseamnă să împărțim numărătorul și numitorul fracției la acel număr.
- Prin amplificarea sau simplificarea unei fracții, se obține o fracție echivalentă cu fracția dată.

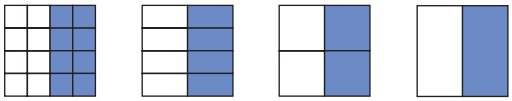
Scrie pe caietul tău rezultatele pentru: $\overset{2)}{\frac{6}{4}}$ și $\frac{6}{4}\overset{(2}{}$.

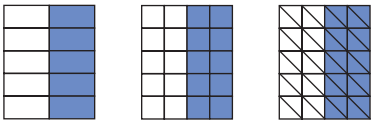
Exersăm, învățăm!

1. Copiază pe caietul tău desenele alăturate, apoi reprezintă pe aceste desene fracțiile: $\frac{3}{6}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$.



2. Observă desenele. Scrie fracțiile reprezentate și precizează prin ce operație se obțin una din alta.

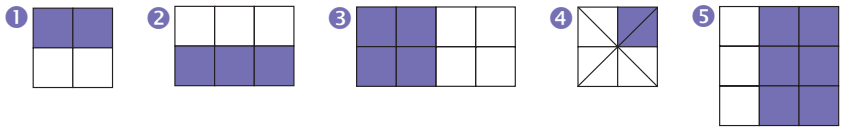
a) 

b) 

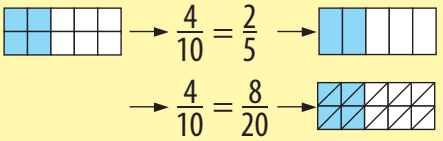
3. Scrie fracția corespunzătoare fiecărui desen și reprezintă:

a) o fracție egală cu aceasta, obținută prin simplificare;

b) o fracție egală cu aceasta, obținută prin amplificare.



Exemplu:



4. Exprimă ca procente fracțiile: $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{10}$.

5. Amplifică cu 5 fracțiile: $\frac{5}{10}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{10}{20}$.

6. Simplifică cu 2 fracțiile: $\frac{14}{6}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{18}{18}$;

7. Scrie șase fracții egale obținute prin amplificarea fracției $\frac{7}{5}$ cu numere diferite.

8. Scrie patru fracții egale obținute simplificând fracția $\frac{360}{450}$ cu numere diferite.

9. Scrie fracțiile inițiale, știind că după amplificarea cu 2 s-au obținut fracțiile:

$\frac{6}{18}$; $\frac{22}{140}$; $\frac{3200}{5420}$; $\frac{106}{256}$.

10. Scrie fracțiile inițiale, știind că după simplificarea cu 3 s-au obținut fracțiile:

$\frac{3}{17}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{4}{101}$; $\frac{111}{300}$.

11. Scrie fracții egale cu fracția $\frac{1}{2}$ având ca numărători: 4; 6; 10; 14; 20; 26.

12. Scrie fracții egale cu fracția $\frac{2}{5}$ având ca numitori: 10; 15; 30; 45; 65; 70.

13. Cu cât trebuie amplificată fracția $\frac{5}{12}$ pentru a obține fracția $\frac{25}{60}$?

14. Liza s-a gândit la o fracție și, după ce a amplificat-o, a obținut $\frac{60}{70}$.
La ce fracție s-ar fi putut gândi?
Găsește toate posibilitățile.

15. Ema a scris pe caietul ei:
$40\% = \frac{2}{5}$. Are dreptate?

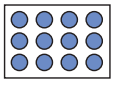
16. Tic a alcătuit o problemă: „Amplificând o fracție cu 7 am obținut $\frac{490}{31}$. Ce fracție am amplificat?".
Explică de ce problema e greșită.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Folosește întregul din imagine pentru a arăta prin desene că fracțiile $\frac{4}{6}$ și $\frac{2}{3}$ sunt echivalente.



B Folosește întregul din imagine pentru a arăta prin desene că fracțiile $\frac{6}{4}$ și $\frac{9}{6}$ sunt echivalente.



C Completează $\square$ cu numere naturale nenule, astfel încât fracțiile $\frac{5}{\square}$ și $\frac{\square}{3}$ să fie diferite, dar echivalente. Justifică răspunsul.

Q Compararea fracțiilor. Reprezentarea pe axă

Cum comparăm fracții care au același numărător sau același numitor?

Să observăm: Patru prieteni au mers la cofetărie.

Ana a mâncat $\frac{1}{8}$ din plăcintă.  Tic a mâncat $\frac{3}{8}$ din plăcintă. 

$1 < 3$
deci $\frac{1}{8} < \frac{3}{8}$.

Cele două porții sunt constituite din felii egale de plăcintă. Rezultă că Tic a mâncat o parte mai mare din plăcintă decât Ana.

Mati și Liza au comandat porții din torturi identice, dar împărțite diferit în felii.

Mati a mâncat două felii din primul tort. 

Liza a mâncat tot două felii, din al doilea tort. 

$3 < 5$
deci $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$.

Feliile lui Mati sunt mai mari. Rezultă că porția sa de tort este mai mare.

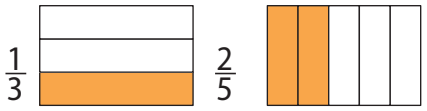
Este important să știm:
- Dintre două fracții cu același numitor, este mai mare fracția care are numărătorul mai mare.
- Dintre două fracții cu același numărător, este mai mare fracția care are numitorul mai mic.

Ce fracție este mai mare: $\frac{13}{100}$ *sau* 20%*?*

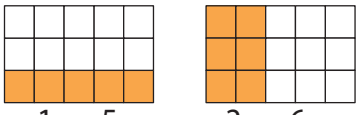
Cum comparăm două fracții?

Desenele reprezintă fracțiile $\frac{1}{3}$ și $\frac{2}{5}$.

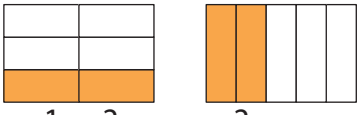
Care dintre acestea este mai mare?



Folosim reprezentări echivalente:



$\frac{1}{3} = \frac{5}{15} < \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$



$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} < \frac{2}{5}$

Este important să știm: Pentru a compara două fracții, este util să determinăm fracții echivalente cu cele date, care au numitorii sau numărătorii egali.

Compară fracțiile $\frac{3}{5}$ *și* $\frac{4}{7}$.

Cum reprezentăm fracțiile pe axa numerelor?

Dacă fixăm originea și unitatea de măsură, putem reprezenta numerele naturale pe axa numerelor.



Citește dialogurile dintre copii pentru a înțelege cum reprezentăm fracțiile pe axa numerelor.

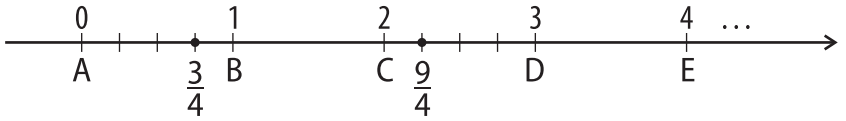
Când reprezentăm pe axa numerelor o fracție, întregul la care ne raportăm este unitatea de măsură a axei.



Pentru a reprezenta $\frac{3}{4}$ pe axă:
- împart segmentul AB în 4 părți egale;
- consider primele 3 părți, pornind de la 0.

Pentru a reprezenta $\frac{9}{4}$ pe axă:
- scot întregii din fracție, pentru a vedea pe care segment al axei se situează fracția $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$;
- împart segmentul CD în 4 părți egale și consider prima parte, pornind de la 2.







Eu am reprezentat fracțiile $\frac{6}{8}$ și $\frac{18}{8}$. Am „nimerit" în aceleași puncte, în care ați reprezentat voi $\frac{3}{4}$ și $\frac{9}{4}$. Este oare o întâmplare?

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ și $\frac{9}{4} = \frac{18}{8}$
Ce observați?



Este important să știm:
- Pentru a reprezenta pe axa numerelor o fracție, este util să încadrăm fracția între două numere naturale consecutive, scoțând eventual întregii din fracție.
- Două fracții echivalente se reprezintă printr-un același punct pe axa numerelor. Pentru simplitate, spunem că toate fracțiile echivalente între ele reprezintă un singur număr, pe care îl numim număr fracționar.

Reprezintă pe axă numerele: $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{7}{5}$; $\frac{14}{10}$.

Exersăm, învățăm!

1. *Adevărat sau fals?*

a) $\frac{5}{7} < \frac{3}{7}$ ☐; b) $\frac{7}{5} < \frac{7}{3}$ ☐;

c) $\frac{12}{5} > 3$ ☐; d) $\frac{14}{4} < 3$ ☐.

2. Adaugă pe caiet câte o fracție, astfel încât enunțurile să fie adevărate.

a) $\frac{5}{7} > \ldots$; b) $\frac{7}{11} < \ldots$; c) $3\frac{5}{7} = \ldots$.

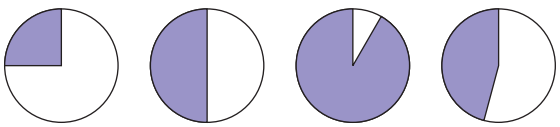
3. Compară, după ce scoți întregii din fracție:

a) $\frac{13}{4}$ cu $\frac{53}{25}$; b) $\frac{39}{7}$ cu $\frac{11}{9}$.

4. Distribuie numerele 2, 3, 4, 5 în ☐, astfel încât enunțurile să fie adevărate.

$2\frac{1}{2} = \frac{\square}{2}$; $\frac{8}{3} < \frac{8}{\square}$; $\frac{4}{5} > \frac{\square}{5}$; $\square > 3\frac{2}{7}$.

5. În care dintre desenele următoare ar putea fi reprezentată fracția $\frac{9}{20}$? Justifică!



a) b) c) d)

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Reprezintă prin desene fracțiile $\frac{5}{12}$ și $\frac{7}{12}$, ca părți ale aceluiași întreg. Care dintre acestea este mai mare?

B Ordonează crescător fracțiile: $\frac{3}{7}$; $\frac{3}{11}$; $\frac{5}{7}$.

C Află toate numerele naturale n pentru care $\frac{2}{5} < \frac{2}{n+1}$.

Fracții ireductibile

Cu ce numere putem simplifica o fracție?

Să observăm:

Fracția $\frac{4}{14}$ se poate simplifica prin 2, deoarece 2 este un divizor comun pentru 4 și 14.

Fracția $\frac{4}{15}$ nu se mai poate simplifica, pentru că nu există un număr nenul diferit de 1, la care să se împartă atât numărătorul cât și numitorul. Aceasta înseamnă că singurul divizor comun pentru 4 și 15 este 1.

Este important să știm:
- Fracția $\frac{a}{b}$ se poate simplifica prin orice divizor comun al numerelor naturale a și b.
- O fracție care nu se mai poate simplifica (decât prin 1) se numește fracție ireductibilă.

Care dintre fracțiile $\frac{216}{324}$; $\frac{3129}{2204}$ *poate fi simplificată prin 3?*



Scrie ca fracție ireductibilă fiecare dintre procentele de mai sus.

Cum aducem o fracție la forma ireductibilă?

Tic și Ana au avut de simplificat fracția $\frac{30}{48}$. Ei au procedat astfel:



$\frac{30}{48} \overset{(2}{=} \frac{30:2}{48:2} = \frac{15}{24}$

$\frac{30}{48} \overset{(3}{=} \frac{30:3}{48:3} = \frac{10}{16}$



Niciunul dintre ei nu a obținut o fracție ireductibilă.
Mati le-a explicat cum puteau proceda de la început:



- Scriem toți divizorii lui 30 și 48;

  30 → 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

  48 → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48;
- Marcăm divizorii comuni și îl alegem pe cel mai mare: acesta este 6.

  1 2 3 5 6 10 15 30

  1 2 3 4 6 8 12 16 24 48
- Simplificăm fracția cu 6: $\frac{30}{48} \overset{(6}{=} \frac{30:6}{48:6} = \frac{5}{8}$.

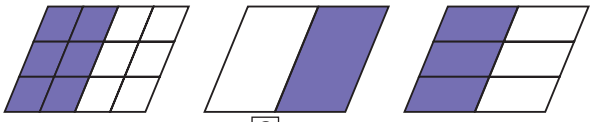
Este important să știm: Putem aduce o fracție la forma ireductibilă prin simplificarea cu cel mai mare dintre divizorii comuni ai numărătorului și numitorului fracției date.

Simplifică fracția $\frac{24}{64}$, *pentru a obține o fracție ireductibilă.*

O fracție este ireductibilă dacă cel mai mare divizor comun al numărătorului și numitorului este 1.

Exersăm, învățăm!

1. Folosește desenele alăturate pentru a completa numărătorul sau numitorul fracțiilor egale. Care dintre aceste fracții este ireductibilă?



$\frac{6}{?} = \frac{?}{2} = \frac{3}{?}$

2. Completează enunțul „▭ față de ▭ este la fel ca și …” cu enunțurile de mai jos, înlocuind … cu simboluri potrivite (desene, cifre, litere):

a) ▭ față de ▭ **b)** ▭ față de …

c) … față de  **d)** … față de 

e) față de … **f)** **** față de …

3. Geo a simplificat fracția $\frac{36}{60}$ cu 2, apoi cu 3.

a) Scrie rezultatele obținute prin aceste simplificări.

b) Cu ce număr putea simplifica Geo fracția, pentru a obține direct rezultatul de mai sus?

c) Determină cel mai mare divizor comun al numerelor 36 și 60, apoi scrie fracția ireductibilă, echivalentă cu cea dată.

4. Determină cel mai mare divizor comun al numerelor: **a)** 72 și 96; **b)** 56 și 32.

5. a) Scrie toți divizorii numerelor 18 și 24. Determină cel mai mare divizor comun al lor.

b) Simplifică fracția $\frac{18}{24}$, pentru a obține o fracție ireductibilă, echivalentă cu ea.

6. Mati a descoperit o metodă pentru a determina mai ușor cel mai mare divizor comun a două numere. Iată cum a aplicat el metoda pentru numerele 48 și 60:

- 6 este un divizor comun al acestor numere; calculez:
  $48 : 6 = 8$; $60 : 6 = 10$;
- aflu cel mai mare divizor comun al numerelor 8 și 10; acesta este 2;
- atunci 6×2 (adică 12) este cel mai mare divizor comun al lui 48 și 60.

a) Verifică dacă Mati are dreptate;

b) Folosește și tu metoda lui Mati pentru a calcula cel mai mare divizor comun al numerelor 360 și 540.

7. Arată că fracția $\frac{25}{24}$ este ireductibilă. Scrie alte două exemple de fracții ireductibile.

8. Simplifică următoarele fracții, pentru a ajunge la fracții ireductibile:

a) $\frac{210}{80}$; **b)** $\frac{318}{54}$; **c)** $\frac{315}{855}$.

9. a) Arată că fracțiile $\frac{3}{4}, \frac{7}{4}, \frac{11}{4}, \frac{15}{4}$ sunt ireductibile.

b) Ce fracție ar urma în șirul de mai sus? Este aceasta ireductibilă?

c) Reprezintă pe axa numerelor fracțiile de la a). Ce observi?

10. a) Demonstrează că fracțiile: $\frac{21}{10}, \frac{201}{100}, \frac{2001}{1000}$ sunt ireductibile.

b) Propune și rezolvă o problemă asemănătoare.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Simplifică fracția $\frac{16}{28}$, pentru a obține o fracție ireductibilă.

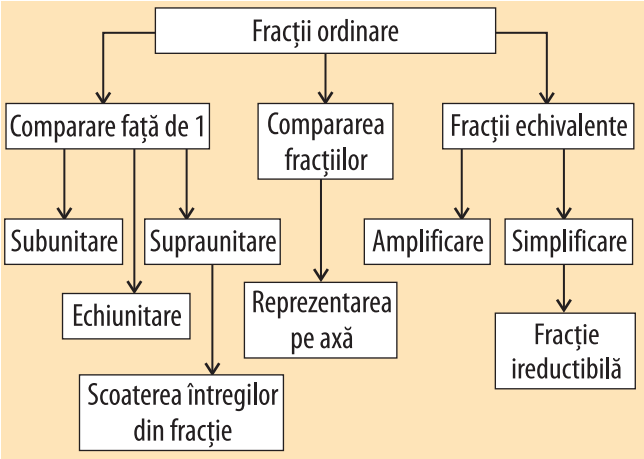
B Simplifică fracția $\frac{45}{4545}$, pentru a obține o fracție ireductibilă.

C Fie $a = 1 + 2 + \ldots + 49$ și $b = 1 + 2 + \ldots + 48$. Simplifică fracția $\frac{a}{b}$ pentru a obține o fracție ireductibilă.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să utilizez reprezentări grafice pentru a verifica proprietăți ale unei fracții;
- să introduc și să scot întregii dintr-o fracție;
- să amplific sau să simplific o fracție dată;
- să determin o fracție ireductibilă, echivalentă cu o fracție dată;
- să compar unele fracții ordinare.



Testul 1

1. Arată printr-un desen că fracțiile $\frac{2}{3}$ și $\frac{3}{4}$ nu sunt echivalente.

2. Completează spațiile libere:

a) $\frac{58}{13} = \square\frac{\square}{13}$; **b)** $4\frac{1}{7} = \frac{\square}{7}$.

3. Amplifică fracțiile din tabel, pentru a obține numitorii indicați. (Unele cazuri sunt rezolvate ca model; semnul X arată că amplificarea nu se poate face.)

	Numitorul						
	6	12	16	24	27	30	40
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$		X				
$\frac{3}{8}$							

4. Simplifică fracția $\frac{420}{700}$, pentru a obține o fracție ireductibilă.

5. Compară $\frac{13}{5}$ și $\frac{13}{8}$.

Testul 2

1. Arată printr-un desen că fracțiile $\frac{5}{6}$ și $\frac{3}{4}$ nu sunt echivalente.

2. Completează spațiile libere:

a) $\frac{65}{14} = \square\frac{\square}{14}$; **b)** $5\frac{2}{9} = \frac{\square}{9}$.

3. Amplifică fracțiile din tabel, pentru a obține numitorii indicați. (Unele cazuri sunt rezolvate ca model; semnul X arată că amplificarea nu se poate face.)

	Numitorul						
	8	12	18	20	24	36	60
$\frac{5}{6}$	X	$\frac{10}{12}$					
$\frac{1}{4}$							

4. Simplifică fracția $\frac{320}{200}$, pentru a obține o fracție ireductibilă.

5. Compară $\frac{17}{9}$ și $\frac{17}{12}$.

Proiect

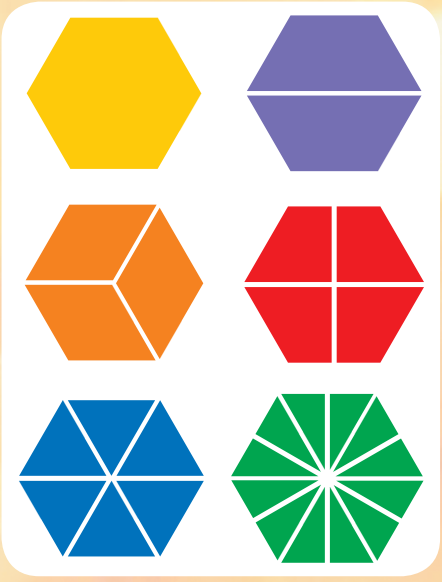
Albumul fracțiilor

Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli dintr-un bloc de desen, acuarele
- *Scop:* Veți realiza un album al operațiilor cu fracții, în care veți împleti matematica și pictura.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
- Fiecare elev alcătuiește un desen folosind numai figurile geometrice alăturate. Toate acestea sunt părți din suprafața unui hexagon. Aveți grijă să păstrați figurile de aceeași dimensiune cu acelea alăturate!
- În echipa voastră:
  - Alcătuiți desene cât mai interesante folosind figurile date. Realizați un tablou colorând cu aceeași culoare „piesele" identice.
  - Exprimați fiecare pată de culoare folosind operații cu fracții, în cât mai multe moduri.



Pentru început

- Scrieți cât reprezintă din întreg fiecare parte colorată în imaginea de mai sus.
- Exprimați în mai multe moduri cât reprezintă din hexagonul inițial „petele de culoare", în imaginea de mai jos. Un exemplu este rezolvat ca model.

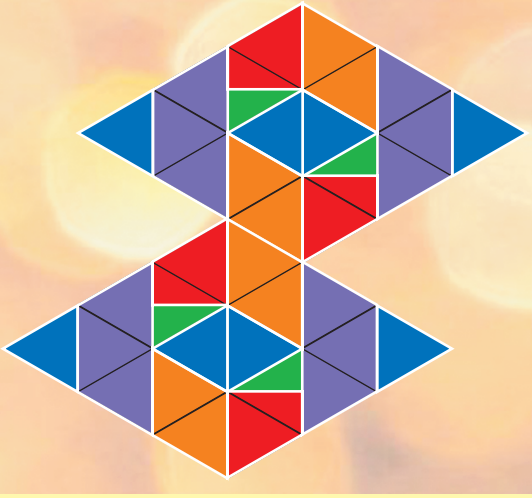
Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe.*
  - Schimbați cu o altă echipă planșele și fișele realizate de echipa voastră.
  - Verificați corectitudinea exercițiilor, corectați dacă e cazul și adăugați noi propuneri.
  - Discutați cu membrii celeilalte echipe îmbunătățirile propuse.

Prezentare

Lucrați cu toată clasa.

- Realizați un portofoliu al clasei cu toate materialele produse.
- Prezentați produsele în perechi – câte un reprezentant din cele două grupe care au colaborat.



Zona albastră se compune din 8 bucăți de o șesime din hexagon, adică, dacă reașezăm părțile, se formează un hexagon întreg și încă 2 șesimi.
Deci, zona albastră reprezintă: $1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$.

Adunarea și scăderea numerelor fracționare

Cum adunăm sau scădem două numere fracționare cu același numitor?

Putem face proba adunării prin scădere și proba scăderii prin adunare.

$\frac{3}{17} \xrightarrow{+\frac{2}{17}} \frac{5}{17} \xrightarrow{-\frac{2}{17}} \frac{3}{17}$

$\frac{11}{3} \xrightarrow{-\frac{1}{3}} \frac{10}{3} \xrightarrow{+\frac{1}{3}} \frac{11}{3}$

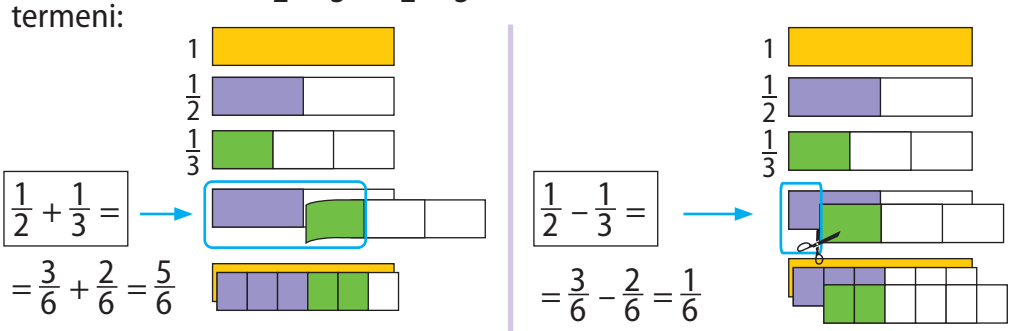
Să ne amintim:

- Pentru a aduna două numere fracționare reprezentate prin fracții cu același numitor, adunăm numărătorii și păstrăm numitorul comun.
- Pentru a scădea două numere fracționare reprezentate prin fracții cu același numitor, efectuăm diferența numărătorilor și păstrăm numitorul comun.

Calculează $\frac{23}{15}+\frac{2}{15}$ *și* $\frac{23}{15}-\frac{2}{15}$.

Cum adunăm sau scădem două numere fracționare cu numitori diferiți?

Pentru a calcula $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, Mati a utilizat reprezentări ale celor doi termeni:



De ce oare nu avem $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{2}{5}$?



Ce explicație i-ai da Anei?

Observăm că, pentru a putea efectua calculele, Mati a amplificat convenabil cele două fracții.

Este important să știm: Pentru a aduna sau pentru a scădea două numere fracționare reprezentate prin fracții cu numitori diferiți, procedăm astfel:

- Aducem fracțiile la același numitor;
- Adunăm sau scădem numerele fracționare astfel obținute.

Explică desenele făcute de Mati, apoi calculează $\frac{7}{6}+\frac{1}{12}$ *și* $\frac{7}{6}-\frac{1}{12}$.

Ce tehnici de lucru folosim la adunarea și scăderea fracțiilor?

Pentru a aduna și scădea fracțiile $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{3}$, am amplificat fiecare fracție, astfel încât să obținem numitori egali cu 6. 6 este un *multiplu comun* al numerelor 2 și 3.

Să observăm: Multiplii nenuli ai lui 2 sunt: 2, 4, <u>6</u>, 8, 10, <u>12</u>, 14, 16, <u>18</u>, ...
Multiplii nenuli ai lui 3 sunt: 3, <u>6</u>, 9, <u>12</u>, 15, <u>18</u>, 21, 24, ...
Numerele subliniate sunt multipli comuni pentru 2 și 3; printre aceste numere, 6 este *cel mai mic multiplu comun*.

Este important să știm: Două fracții pot fi amplificate convenabil, pentru a le aduce la cel mai mic numitor comun. În acest fel, facem calcule cu numere mai mici și putem verifica mai ușor dacă am răspuns corect.

Adună fracțiile $\frac{5}{6}$ *și* $\frac{1}{10}$ *după ce ai calculat cel mai mic numitor comun al lor.*

Exersăm, învățăm!

1. Calculează: **a)** $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$; **b)** $\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$;
c) $\frac{1}{36}+\frac{5}{36}$; **d)** $\frac{5}{111}+\frac{4}{111}$.

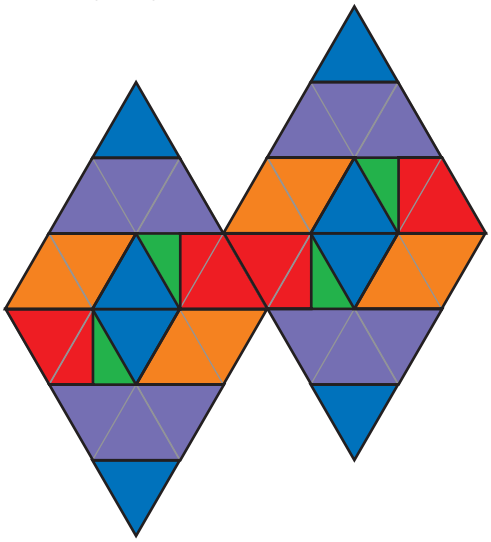
2. Calculează: **a)** $\frac{2}{5}+\frac{11}{10}$; **b)** $\frac{4}{7}-\frac{3}{14}$;
c) $\frac{9}{8}+\frac{1}{2}$; **d)** $\frac{17}{20}-\frac{1}{4}$.

3. Folosește desene pentru a arăta că:
a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\neq\frac{3}{5}$; **b)** $\frac{4}{5}-\frac{1}{3}\neq\frac{3}{2}$.

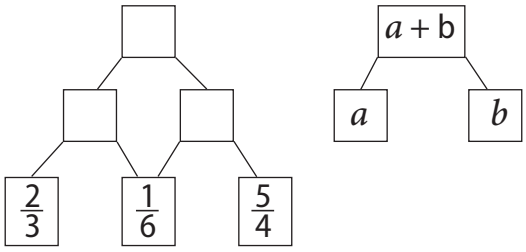
4. Efectuează calculele, după ce ai simplificat termenii:
a) $\frac{15}{27}+\frac{8}{9}=$; **b)** $\frac{12}{16}+\frac{10}{8}=$.

5. Calculează în două moduri:
a) $3\frac{2}{5}+2\frac{4}{5}=$; **b)** $5\frac{3}{7}-2\frac{6}{7}=$.

6. Ținând cont de fracțiile reprezentate la pagina 91, exprimă ca fracție suprafața totală ocupată de:
a) zona roșie; **b)** zona portocalie;
c) întreaga figură.



7. Completează triunghiul de numere de mai jos, după modelul din dreapta.



8. Alege răspunsul corect!

$\frac{7}{10}-\frac{2}{5}=$ **a)** $\frac{5}{5}$; **b)** $\frac{5}{10}$; **c)** $\frac{3}{10}$; **d)** $\frac{2}{5}$.

9. Compară rezolvările.

Ema: $\frac{3}{4}+{}^{2)}\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$

Geo: ${}^{2)}\frac{3}{4}+{}^{4)}\frac{1}{2}=\frac{6}{8}+\frac{4}{8}=\frac{10}{8}$

Cine are dreptate?

10. Calculează $a+b$, dacă:
$a=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$;
$b=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$.

11. Scrie liste cu multipli, apoi calculează cel mai mic multiplu comun al numerelor 36 și 60. Efectuează apoi $\frac{17}{36}+\frac{11}{60}$ și $\frac{25}{36}-\frac{13}{60}$.

12. Un zidar înalță într-o zi $\frac{2}{7}$ dintr-un zid, iar a doua zi cu $\frac{1}{4}$ mai mult decât în prima zi. Ce parte din lucrare a fost efectuată în cele două zile?

13. Scrie numărul fracționar $\frac{6}{11}$ ca sumă de trei numere fracționare cu numitorul 11. Câte posibilități sunt?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $\frac{5}{24}+\frac{17}{12}$ și $\frac{22}{15}-\frac{2}{3}$.

B Calculează în mai multe moduri $3\frac{5}{8}+4\frac{1}{16}$ și $5\frac{3}{4}-2\frac{1}{6}$.

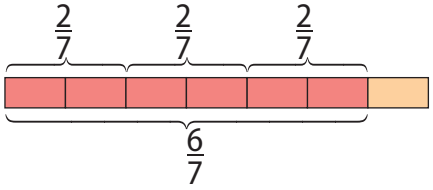
C Arată că 144 este un multiplu comun al numerelor 18 și 24, apoi calculează $\frac{25}{18}+\frac{7}{24}$ și $\frac{23}{18}-\frac{11}{24}$.

Aflarea unei fracții dintr-un număr natural

Cum înmulțim o fracție cu un număr natural?

Radu poate vopsi într-o oră $\frac{2}{7}$ din suprafața gardului. Va termina lucrarea în 3 ore?

Rezolvare: Considerăm suprafața gardului un întreg (o unitate).



$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2+2+2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$.

În 3 ore va vopsi $\frac{6}{7}$ din suprafața gardului, deci nu va termina lucrarea.

Este important să știm: Pentru a înmulți un număr natural cu o fracție, se înmulțește acel număr cu numărătorul și se păstrează neschimbat numitorul fracției.

Înmulțirea cu un număr natural este o adunare repetată.

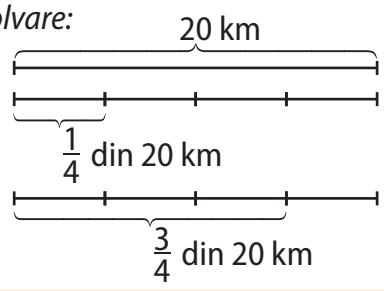
$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$$

Calculează în două moduri: $4 \cdot \frac{5}{3}$.

Cum calculăm o fracție dintr-un număr natural?

Dan are de parcurs 20 km până la o cabană. El parcurge trei sferturi din distanță cu bicicleta și restul drumului pe jos. Câți km parcurge cu bicicleta?

Rezolvare:



Un sfert din drum reprezintă $20 : 4 = 5$ (km).

Deci trei sferturi înseamnă $5 \cdot 3 = 15$ (km).



$\frac{3}{4}$ din 20 înseamnă $\frac{3}{4} \cdot 20$, adică 15.

Este important să știm: Pentru a calcula cât reprezintă o fracție dintr-un număr natural, înmulțim fracția cu numărul dat.

Calculează $\frac{3}{5}$ *din* 35.

Cum efectuăm calcule cu procente?

Prețul unui televizor a fost de 1200 lei, dar s-a ieftinit cu 10%. Cu cât s-a micșorat prețul inițial al televizorului?

Rezolvare: Calculăm 10% din1200 lei. 10% este o altă notație pentru $\frac{10}{100}$; de aceea 10% din 1200 lei $= \frac{10}{100} \cdot 1200 = \frac{12000}{100} = 120$ lei

Răspuns: Televizorul s-a ieftinit cu 120 lei.

Este important să știm: $p\%$ din $n = \frac{p}{100} \cdot n$.



Calculează cât s-ar scădea din prețul inițial al televizorului, dacă acesta se ieftinește cu 15%.

Exersăm, învățăm!

1. Reprezintă prin desene: **a)** $\frac{1}{3}$ din 6 cireșe;
b) $\frac{3}{4}$ din 12 cireșe; **c)** $\frac{3}{5}$ din 10 cireșe.

2. Calculează: **a)** $\frac{3}{7}$ din 21 m;
b) $\frac{9}{10}$ din 1000 lei; **c)** $\frac{4}{5}$ din 500 kg.

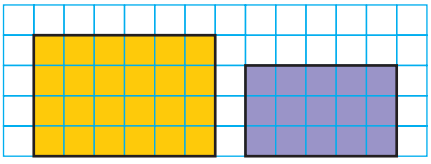
3. Un lot agricol are 140 ha. Într-o zi s-au arat trei cincimi din lot, iar a doua zi restul. Câte hectare au fost arate în fiecare zi?

4. Calculează: **a)** $\frac{3}{5}$ din 160;
b) $\frac{7}{3}$ din 249; **c)** 15% din 1460.

5. Un vas cu capacitatea de 12 ℓ a fost umplut trei sferturi cu apă. Câți litri de apă ar mai putea fi turnați în vas?

6. Efectuează în două moduri:
a) $\frac{13}{3}\cdot 6$; **b)** $\frac{21}{10}\cdot 3$; **c)** $\frac{11}{4}\cdot 2$.

7. Pe rețeaua de pătrate au fost desenate două dreptunghiuri. Arată că aria primului dreptunghi este cât $\frac{8}{5}$ din aria celui de-al doilea.



8. Un turist parcurge un drum cu lungimea de 30 km. În prima zi a mers cu 2 km mai puțin decât $\frac{2}{3}$ din drum, iar a doua zi a parcurs restul. Ce distanță a parcurs în fiecare zi?

9. Calculează: **a)** 30% din 250 lei;
b) 5% din 40 m; **c)** 90% din 150 ℓ.

10. Pe segmentul AB din figură, marchează punctul C, pentru care BC = $\frac{3}{4}$ din AB.

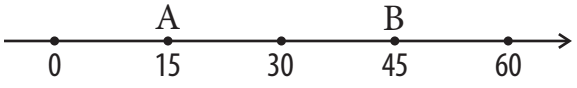


11. $\frac{3}{5}$ dintr-un număr natural înseamnă 48. Cât reprezintă $\frac{1}{5}$ din același număr? Dar $\frac{4}{5}$?

12. Un sportiv merge cu bicicleta între Vadu și Piscu. El a ajuns la indicatorul din imagine și crede că a parcurs $\frac{1}{3}$ din drum. Are dreptate?



13. Marchează pe axa numerelor punctul dintre A și B, aflat la $\frac{1}{3}$ din AB față de A. Ce număr corespunde acestui punct pe axă?



14. Completați măsurile cu note muzicale potrivite, știind că:

$\mathrm{o} = \frac{4}{4}$ (notă întreagă); $\mathrm{d} = \frac{1}{2}$; $\mathrm{q} = \frac{1}{4}$; $\mathrm{e} = \frac{1}{8}$; $\mathrm{s} = \frac{1}{16}$.

a) $\frac{4}{4}$? ? | ? ? ? ? | ? ? ? ? | ? ? ? ? |

b) $\frac{3}{4}$? ? ? | ? ? ? | ? ? ? ? ? | ? ? ? ? ? |

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $\frac{2}{3}\cdot 35$ și 15% din 120.

B Calculează $\frac{2}{3}$ din $\frac{1}{5}$ din 1500.

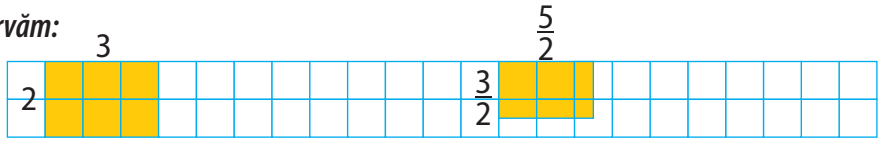
C Compară $\frac{3}{4}$ din 1240 cu $\frac{2}{3}$ din 1500.

Înmulțirea numerelor fracționare

Cum înmulțim două numere fracționare?

Să observăm:

❶



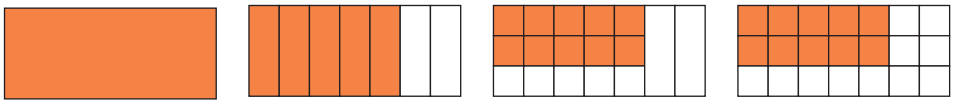
Dreptunghiul cu laturile 2 și 3 este acoperit de 6 pătrățele. Cunoaștem rezultatul fără să numărăm pătrățelele pentru că $6 = 2 \times 3$.

Dreptunghiul cu laturile $\frac{3}{2}$ și $\frac{5}{2}$ este acoperit de două pătrățele întregi, de trei jumătăți de pătrățel și de un sfert de pătrățel, adică de 15 sferturi. Rămâne oare adevărată egalitatea:

$$\frac{15}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} \ ?$$

Să ne amintim:
3×5 se citește „3 ori 5" sau „triplul lui 5".
$\frac{2}{3} \times 5$ se citește „$\frac{2}{3}$ ori 5" sau „două treimi din 5".

❷ Produsul $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$ se citește „$\frac{2}{3}$ ori $\frac{5}{7}$" sau „două treimi din $\frac{5}{7}$", ca și la numerele naturale.
Reprezentăm grafic acest calcul:



Deci $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$. Observăm că între cei doi factori și rezultat avem următoarele relații: $10 = 2 \cdot 5$ și $21 = 3 \cdot 7$.

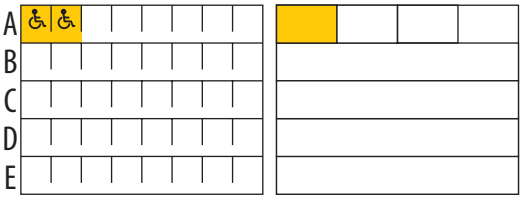
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Este important să știm:
- Pentru a înmulți două numere fracționare, se înmulțesc numărătorii între ei și numitorii între ei.
- Rezultatul este tot un număr fracționar.

Calculează $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$, simplificând rezultatul.

Cum calculăm o fracție dintr-un număr fracționar?

Supermarketul are 40 de locuri de parcare, distribuite în 5 sectoare egale. În primul sector, un sfert este rezervat persoanelor cu handicap. Ce fracție reprezintă partea rezervată din parcare?



Putem exprima această parte ca fiind $\frac{1}{4}$ din $\frac{1}{5}$ din parcare. Reprezentăm grafic parcarea, pentru a putea face calculele. Porțiunea rezervată conține două locuri. Așadar, $\frac{1}{4}$ din $\frac{1}{5} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$.

Observăm că $\frac{1}{20} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

Acesta este semnul pentru locurile rezervate persoanelor cu handicap.

Este important să știm: Pentru a calcula cât reprezintă o fracție dintr-un număr fracționar, înmulțim fracția cu numărul fracționar dat.

Exprimă cât mai simplu $\frac{3}{4}$ din $\frac{20}{9}$.

Exersăm, învățăm!

1. Copiază pe caietul tău, apoi completează cu numere potrivite:

a) $\frac{7}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{\square\times 4}{\square\times\square}=\frac{\square}{\square}$

b) $\frac{15}{4}\times\frac{4}{9}=\frac{15\times\square}{\square\times\square}=\frac{\square}{\square}$

2. Observă calculele: $\overset{2}{\cancel{10}}{}^{\cancel{7}}\,\cancel{49}\times\cancel{14}^{\cancel{2}}\,\cancel{15}_{\cancel{3}}=\frac{4}{21}$.

a) Explică ce s-a întâmplat.

b) Procedează la fel pentru:

$\frac{12}{49}\times\frac{7}{32}=$; $\quad\frac{6}{5}\times\frac{11}{9}\times\frac{25}{33}=$.

3. Observă calculele făcute de Tic, descrie greșelile făcute, apoi corectează!

$\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{5}=\frac{28}{5}$; $\quad\frac{3}{10}+\frac{9}{10}=\frac{12}{20}$.

4. Geo a verificat dacă $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5}{12}$, astfel:

- a înmulțit cu 3 în stânga și în dreapta egalității:

$$3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{4}=3\cdot\frac{5}{12};$$

- a grupat factorii din stânga:

$$(3\cdot\frac{1}{3})\cdot\frac{5}{4}=3\cdot\frac{5}{12};$$

- a finalizat calculele și a constatat că a obținut fracții egale: $\frac{5}{4}=\frac{15}{12}$

a) Explică toate calculele făcute de Geo.

b) Procedează la fel pentru a verifica dacă

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{15}{8}=\frac{15}{16}.$$

5. Calculează: $\frac{1}{2}$ din $1\frac{3}{5}$; $\quad\frac{5}{2}$ din $3\frac{1}{3}$.

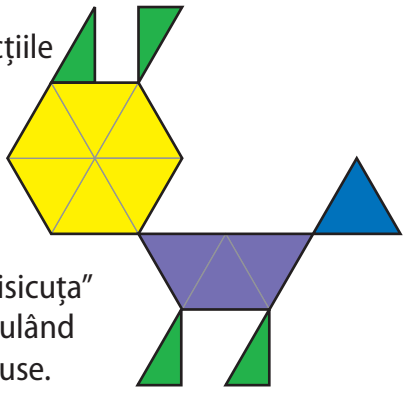
6. Urmărește dialogul celor doi elevi.

Mati: Înmulțirea numerelor naturale este comutativă: $17\times 29=29\times 17$

Liza: Deci și înmulțirea numerelor fracționare este comutativă!

Alege trei exemple și arată că Liza are dreptate.

7. Consideră fracțiile reprezentate la pagina 91. Exprimă ca fracție suprafața ocupată de „pisicuța” alăturată, calculând sume de produse.



8. Calculează: $\frac{7}{9}$ din $\frac{15}{8}$ din $\frac{40}{3}$.

9. Tic susține că a descoperit câteva egalități interesante:

$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$; $\frac{3}{2}-\frac{3}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{5}$; $\frac{5}{2}-\frac{5}{7}=\frac{5}{2}\cdot\frac{5}{7}$.

a) Verifică prin calcul dacă Tic are dreptate.

b) În calculele lui Tic, diferența a două numere fracționare este egală cu produsul lor. Scrie un exemplu în care această „regulă” nu se aplică.

c) Observă cu atenție numerele folosite de Tic. Propune apoi o egalitate de același fel și verifică prin calcul dacă e corectă.

10. Într-o clasă, un sfert dintre elevi știu să joace șah. Dintre aceștia, $\frac{3}{5}$ sunt fete. Află ce fracție din numărul total de elevi reprezintă fetele care joacă șah.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $\frac{60}{32}\cdot\frac{24}{25}$, scriind rezultatul ca o fracție ireductibilă.

B Calculează: $\frac{243}{125}\cdot\frac{45}{126}$, scriind rezultatul ca o fracție ireductibilă.

C Notăm $a=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{8}$ și $b=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{9}$.

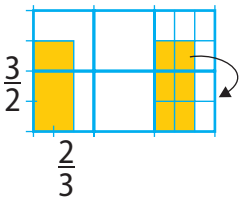
Calculează $a\cdot b$. Scrie o problemă de același fel, în care apar câte 10 factori.

Împărțirea numerelor fracționare. Ordinea operațiilor

Ce înseamnă inversul unui număr fracționar?

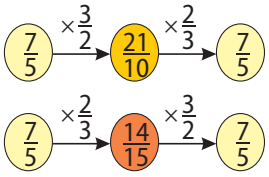
Să observăm: $\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 2}{2\cdot 3}=\frac{6}{6}=1$.

Ilustrăm acest calcul folosind rețele de pătrate:



Dreptunghiul cu laturile $\frac{3}{2}$ și $\frac{2}{3}$ acoperă o suprafață egală cu aceea a pătratelor din rețea. Deci $\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}=1$.

Spunem că $\frac{3}{2}$ și $\frac{2}{3}$ sunt numere inverse unul altuia.



Este important să știm: Două numere fracționare nenule sunt inverse dacă produsul lor este 1.

Justifică dacă inversul lui $\frac{12}{8}$ *este* $\frac{2}{3}$.

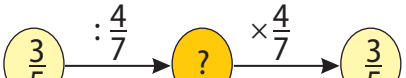
Cum împărțim numere fracționare?

Ana și Geo discută despre împărțire:

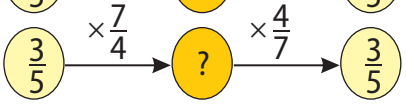
Ana: La numere naturale, împărțirea este operația inversă înmulțirii:



Geo: Cum calculăm oare $\frac{3}{5}:\frac{4}{7}$? Ar trebui să păstăm aceeași proprietate, adică:



Ana: Eu compar schema ta cu:



Geo: Am înțeles! $\frac{3}{5}:\frac{4}{7}=\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{21}{20}$. $\frac{7}{4}$ este inversul lui $\frac{4}{7}$.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$$

Este important să știm: Pentru a împărți două numere fracționare, se înmulțește deîmpărțitul cu inversul împărțitorului.

Completează pe caietul tău spațiile libere: $\frac{11}{4}:\frac{3}{2}=\frac{11}{4}\times\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$

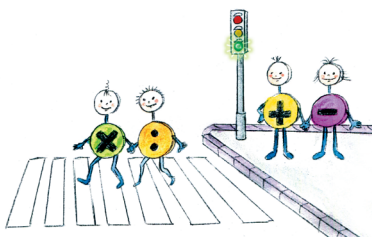
Ce priorități avem în calculele cu numere fracționare?

Copiii trebuie să calculeze $6+3\cdot\frac{5}{6}$. Iată cum au procedat:

Tic: Fac calculele în ordinea în care sunt scrise: $6+3\cdot\frac{5}{6}=\overset{3)}{9}\cdot\frac{5}{\overset{2)}{6}}=\frac{15}{2}$

Liza: Eu aplic aceleași reguli ca la numere naturale: $6+\overset{3)}{3}\cdot\frac{5}{\overset{2)}{6}}=\overset{2)}{6}+\frac{5}{2}=\frac{17}{2}$

Cine are dreptate?



Este important să știm:

Într-un calcul fără paranteze, se efectuează:
- mai întâi, înmulțirile și împărțirile;
- apoi, adunările și scăderile.

Într-un calcul cu paranteze se efectuează mai întâi operațiile din parantezele rotunde, apoi cele din parantezele drepte și ulterior cele din acolade.

Precizează ordinea în care efectuezi operațiile: $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie inversele numerelor: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{4}$; 3.

2. Completează cu numere fracționare potrivite pentru a obține rezultatele indicate:

a) $\square + \square = \frac{16}{9}$; **b)** $\square \cdot \square = \frac{16}{9}$;

c) $\square : \square = \frac{16}{9}$

3. Calculează:

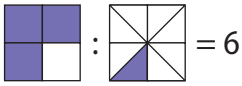
a) $\frac{144}{25} : \frac{12}{5}$; **b)** $\frac{36}{81} : \frac{4}{3}$; **c)** $\frac{12}{11} : \frac{12}{11}$.

4. Calculează:

a) $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : 7$; **b)** $11 : \left(4 - \frac{1}{3}\right)$;

c) $\left(5 + \frac{1}{5}\right) : \frac{13}{15}$; **d)** $\left(2 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{2}\right)$.

5. Mati și-a amintit că, prin împărțirea a două numere naturale, aflăm de câte ori se cuprinde împărțitorul în deîmpărțit. El a verificat această regulă și pentru împărțirea fracțiilor din desen.



$\frac{3}{4}$: $\frac{1}{8}$ = 6

Explică rezultatul, apoi verifică prin calcul că este corect.

Procedează la fel pentru a calcula:

a) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$; **b)** $\frac{4}{5} : \frac{2}{15}$.

6. Pentru a calcula $\frac{11}{3} : \frac{5}{2}$, Gabi a adus mai întâi fracțiile la același numitor, apoi a împărțit cu rest numărătorii și a scris rezultatul sub formă de fracție.

$\frac{11}{3} : \frac{5}{2} = \frac{22}{6} : \frac{15}{6} = 1\frac{7}{15}$.

E corect? Dacă nu, explică greșeala; dacă da, calculează la fel $\frac{13}{4} : \frac{2}{3}$.

7. Dă trei exemple de numere fracționare ale căror inverse sunt numere naturale. Ce poți spune despre numerele fracționare cu această proprietate?

8. Alexandru construiește un vaporaș în aproximativ $8\frac{1}{2}$ ore. În câte zile termină construcția dacă lucrează câte o oră și un sfert pe zi?

9. Scrie ca fracție ireductibilă:

a) $1 : 2$; $1 : \frac{1}{3}$; $1 : \frac{4}{6}$; **b)** $2 : 1$; $\frac{1}{3} : 1$; $\frac{4}{6} : 1$;

c) $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$; $\frac{5}{4} : \frac{4}{3}$; $\frac{8}{9} : \frac{4}{3}$; $\frac{12}{5} : \frac{6}{12}$; $\frac{25}{35} : \frac{4}{63}$;

d) $2\frac{1}{4} : \frac{5}{8}$; $3\frac{2}{5} : \frac{7}{10}$; $\frac{2}{9} : 1\frac{1}{2}$; $\frac{5}{6} : 2\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4} : 2\frac{3}{8}$.

10. Completează tabelul:

:	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{10}$	2
$\frac{3}{5}$				
$\frac{15}{9}$				
$\frac{24}{25}$				

11. Ce se întâmplă dacă într-o împărțire înlocuim împărțitorul sau deîmpărțitul cu o fracție echivalentă? Efectuează calculele următoare, compară rezultatele, apoi răspunde!

a) $\frac{3}{2} : \frac{9}{10}$ și $\frac{6}{4} : \frac{9}{10}$; **b)** $\frac{7}{8} : \frac{1}{2}$ și $\frac{7}{8} : \frac{2}{4}$.

12. Calculează inversele numerelor $5\frac{2}{3}$ și $3\frac{2}{5}$, apoi efectuează: $5\frac{2}{3} : 3\frac{2}{5}$ și $3\frac{2}{5} : 5\frac{2}{3}$.

13. **a)** Calculează $\frac{40}{27} : \frac{50}{3}$ și $\frac{50}{3} : \frac{40}{27}$.

b) Ce relație este între rezultatele obținute?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $\frac{28}{45} : \frac{63}{35}$.

B Calculează: $\frac{18}{5} : \frac{3}{4}$ și $\frac{18}{5} \cdot \frac{3}{4}$. În ce caz rezultatul e mai mare?

C Dintre numerele fracționare $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, alege două care dau, la împărțire, cel mai mare rezultat. Scrie cum ai gândit.

Puteri. Ordinea efectuării operațiilor

Cum calculăm puterile unui număr fracționar?



Am învățat să ridicăm la putere numerele naturale.
De exemplu: $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor fracționare este o înmulțire repetată…





$\left(\frac{3}{4}\right)^5$

Citim: 3 pe 4, totul la puterea a cincea.

Scriem: $\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}$



EXPONENT

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b} = \frac{a^n}{b^n}$$

BAZĂ — n factori

Este important să știm: Pentru a ridica un număr fracționar la o putere, se ridică la acea putere atât numărătorul cât și numitorul fracției ce reprezintă numărul dat.

Calculează $\left(\frac{3}{2}\right)^4$ *și* $\left(\frac{1}{5}\right)^2$.

Ce reguli putem folosi în calculele cu puteri?

Dacă a, b, c, d, m, n sunt numere naturale nenule, atunci:

- $\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$
- $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$
- $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^m$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$; $m \geq n$.

Să comparăm:

Puteri de numere naturale	Puteri de numere fracționare
$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$	$\left(\frac{2}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2^2}{7^2}\cdot\frac{2^3}{7^3} = \frac{2^2\cdot 2^3}{7^2\cdot 7^3} = \frac{2^5}{7^5} = \left(\frac{2}{7}\right)^5$
$(2^3)^5 = 2^{3\cdot 5} = 2^{15}$	$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^3\right]^5 = \left(\frac{2^3}{7^3}\right)^5 = \frac{(2^3)^5}{(7^3)^5} = \frac{2^{15}}{7^{15}} = \left(\frac{2}{7}\right)^{15}$
$(2\cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$	$\left(\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{11}\right)^5 = \left(\frac{2\cdot 3}{7\cdot 11}\right)^5 = \frac{(2\cdot 3)^5}{(7\cdot 11)^5} = \frac{2^5\cdot 3^5}{7^5\cdot 11^5} = \left(\frac{2}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{11}\right)^5$

Este important să știm: Regulile de calcul cu puteri învățate la numerele naturale sunt valabile și pentru numerele fracționare.

Calculează în două moduri: $\left(\frac{5}{2}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^2$.

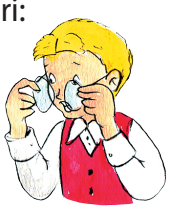
Ce priorități apar în calculele cu puteri?

Ema, Geo și Tic au rezolvat mai multe exerciții în care apar puteri:

Ema: $\left(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2}+\frac{4^2}{5^2} = \frac{9}{25}+\frac{16}{25} = 1$

Geo: $\frac{3}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{3+2}{5}\right)^3 = 1^3 = 1$

Tic: $\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \left(\frac{3\cdot 5}{5\cdot 3}\right)^2 = 1^2 = 1$



Ați greșit!

Este important să știm:
Într-un exercițiu cu mai multe operații, se efectuează întâi operația de ordinul III (ridicarea la putere), apoi operațiile de ordinul II (înmulțirile și împărțirile) și, în final, operațiile de ordinul I (adunările și scăderile).

Rezolvă corect cele trei exerciții de mai sus.

i Atunci când se folosesc paranteze, se păstrează regulile de prioritate în calcul învățate la operațiile cu numere naturale.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie mai simplu: **a)** $\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}$;

b) $\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}$; **c)** $1\frac{2}{3}\cdot1\frac{2}{3}\cdot1\frac{2}{3}\cdot1\frac{2}{3}$.

2. Calculează mintal și spune rezultatul:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$; **b)** $\left(\frac{3}{5}\right)^0\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^1\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2$; **c)** $\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^3$.

3. *Adevărat sau fals?* De ce?

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{6}$; **b)** $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{2}{4}$; **c)** $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{9}{16}$;

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^3<\frac{6}{9}$; **e)** $\left(\frac{2}{3}\right)^0=1$; **f)** $\left(\frac{3}{7}\right)^2>\left(\frac{3}{7}\right)^3$.

4. Efectuează calculele, urmând indicația de rezolvare.

$3+2\cdot\left\{2+4\cdot\left[3+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]-\frac{1}{2^3}\right\}=?$

1 2 3

5. Scrie ca putere:

$\left[\left(\frac{5}{7}\right)^2\right]^3$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{11}\cdot\left(\frac{5}{7}\right)^3$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{100}:\left(\frac{5}{7}\right)^{50}$.

6. Calculează în cât mai multe moduri:

a) $3\frac{1}{2}\cdot4$; **b)** $4\frac{1}{3}\cdot2$; **c)** $2\frac{1}{4}\cdot3$.

Ce reguli de calcul folosim aici?

7. Copiază și completează tabelul:

n	0	1	2	3	4
$\left(\frac{1}{2}\right)^n$					
$\left(\frac{5}{3}\right)^n$					

Compară numerele obținute. Ce observi?

8. Verifică egalitatea:

$\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)\cdot\frac{8}{3}=\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{3}+\frac{5}{12}\cdot\frac{8}{3}$

9. Calculează:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3-\left(\frac{1}{3}\right)^5$; **b)** $\left(1\frac{1}{2}\right)^2:1\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$;

c) $\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\cdot\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]\cdot\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right]$.

10. Pentru următoarele exerciții, introdu paranteze în toate modurile posibile, apoi rezolvă și compară rezultatele.

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$; **b)** $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$; **c)** $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}$;

d) $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}:\frac{1}{6}$; **e)** $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}:\frac{1}{6}$; **f)** $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$.

11. Scrie următoarele numere fracționare ca puteri cu exponentul 2: $\frac{25}{36}$; $\frac{100}{81}$; $\frac{9}{49}$.

12. Scrie ca puteri cu baza $\frac{3}{2}$ numerele fracționare următoare:

$\frac{9}{4}$; $\frac{81}{16}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{5}{5}$.

13. **a)** Jocul „Continuă regula" cere să completezi succesiv căsuțele, astfel:

a	$a\cdot b$
b	$a:b$

Copiază tabelul pe caietul tău și continuă cât mai mult, folosind această regulă!

$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	?	?	?
$\frac{3}{5}$	$\frac{10}{9}$	?	?	?

b) Ce numere vor apărea la pasul 10?

14. Ca să iasă din grădina cu mere de aur, Făt Frumos trebuie să treacă de cinci porți păzite de câte un zmeu. Făt Frumos dă fiecăruia jumătate și încă unul din merele pe care le are. După ce iese din grădină, Făt Frumos mai are un singur măr. Câte mere a cules?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Completează:

$\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{\square}{54}$; $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}:\frac{1}{2}=\frac{\square}{4}$.

B Calculează:

$\left(1\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1\frac{1}{4}\right)^2$.

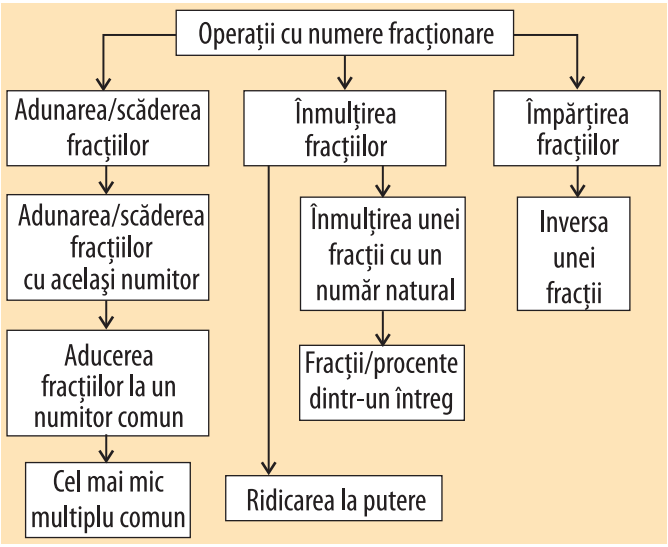
C Calculează:

$\left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)^2\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)^2$.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să determin cel mai mic multiplu comun pentru două numere naturale;
- să efectuez operații cu numere fracționare;
- să formulez probleme în care apar numere fracționare, pornind de la o schemă dată;
- să calculez o fracție dintr-o fracție sau dintr-un număr natural;
- să identific situații în care rezolvarea este incorectă și să corectez erorile făcute.



Testul 1

1. Completează:

a) Un multiplu comun al numerelor 15 și 20 este …

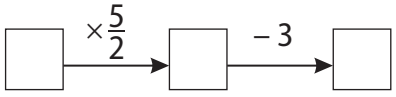
b) Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 36 este …

2. Efectuează:

a) $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}$; **b)** $\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8}$;

c) $2\frac{3}{4}:\frac{11}{12}$; **d)** $\left(\frac{2}{5}\right)^4:\left(\frac{2}{5}\right)^2$.

3. Inventează o problemă, în care faci următoarele operații:



4. Din 180 de elevi care participă la un concurs, un sfert au obținut note peste 7, iar dintre aceștia, o cincime au obținut premii. Câți elevi au obținut premii?

5. Scrie *A* sau *F* în casete, după cum rezultatul este corect sau greșit:

$\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$ ☐; $\frac{12}{7}:\frac{7}{18}=\frac{12}{18}$ ☐.

Testul 2

1. Completează:

a) Un multiplu comun al numerelor 18 și 4 este …

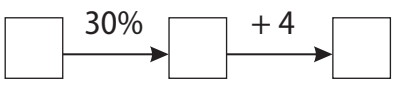
b) Cel mai mic multiplu comun al numerelor 9 și 36 este …

2. Efectuează:

a) $\frac{3}{4}-\frac{5}{12}$; **b)** $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{16}$;

c) $1\frac{2}{3}:\frac{15}{16}$; **d)** $\left(\frac{3}{5}\right)^4:\left(\frac{3}{5}\right)^3$.

3. Inventează o problemă, în care faci următoarele operații:



4. Într-o școală cu 280 de elevi, un sfert dintre copii știu să joace șah. Dintre aceștia, trei șeptimi sunt fete. Câte fete știu să joace șah?

5. Scrie *A* sau *F* în casete, după cum rezultatul este corect sau greșit:

$\frac{3}{11}+\frac{6}{22}=\frac{18}{33}$ ☐; $\frac{15}{4}:\frac{4}{7}=\frac{15}{7}$ ☐.

Proiect

Jocuri olimpice

Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli A3 (dintr-un bloc de desen), pagini de caiet cu pătrățele, creioane colorate
- *Scop:* Veți înregistra date despre câteva probe olimpice și le veți reprezenta cât mai sugestiv.

Realizarea proiectului

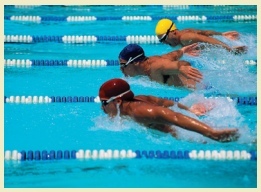
- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi pentru a realiza 4-6 pagini ale unui mini-caiet.*
- *În echipa voastră:*
  - Colectați informațiile din textul referitor la înot.
  - Înregistrați aceste date într-un tabel. Primul rând este completat ca model. Puteți adăuga și alte coloane.

Exemplu

Nr.	Înotător	Denumirea probei	Recordul obținut	Medalie	Locația și data
1	Anca Pătrășcoiu	200 m spate	2 min 13 sec și 29 sutimi	Bronz	Los Angeles 1984

- Observați ce tipuri de numere apar. Exprimați numerele cât mai convenabil pentru comparații.
- Reprezentați datele în tabele sau diagrame sugestive, pentru a le putea compara mai ușor.
- Cu datele înregistrate, propuneți exerciții de comparare, ordonare, estimare și transformare a numerelor în diverse forme. Exercițiile vor fi rezolvate de o altă echipă.
- Adăugați și rezolvați în caiet exercițiile cu simbolul .

Medalii românești obținute la înot la Jocurile Olimpice



Prima medalie obținută de înotul românesc a fost adusă de către Anca Pătrășcoiu la JO de la Los Angeles din anul 1984 – medalia de bronz în proba de 200 m spate cu timpul de 2 minute 13 secunde și 29 sutimi de secundă. JO de la Seul, 4 ani mai târziu, au adus alte două medalii înotului românesc prin Noemi Lung: argint și bronz, timpii obținuți fiind: 4 min 39 sec și 46 sutimi de secundă la 400 m mixt si respectiv 2 min 14 sec și 85 sutimi de secundă la 200 m mixt. Olimpiada de la Sydney a fost și cea mai prolifică pentru România: Diana Mocanu a cucerit primele medalii olimpice de aur în probele de 100 m spate cu timpul de 1 minut și 21 de sutimi de secundă și 200 m spate cu timpul de 2 minute 8 secunde și 16 sutimi. Camelia Potec a obținut aurul la JO de la Atena din 2004, la 200 m liber, cu timpul de 1 min 58,03 sec. Răzvan Florea este primul medaliat din istoria înotului masculin românesc prin performanța obținută la Atena în proba de 200 m spate: 1 min 57,56 sec și medalie de bronz.

Sursa: www.swim.ro

Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*:
  - Rezolvați exercițiile propuse de cealaltă echipă.
  - Verificați corectitudinea rezolvării exercițiilor.

Prezentare

- *Lucrați cu toată clasa*:
  - Prezentați caietele în perechi – câte un reprezentant din cele două grupe care au colaborat.
  - Puneți laolaltă toate mini-caietele într-un caiet al clasei.

$\frac{0}{100}=0{,}00=0\%$

$\frac{1}{100}=0{,}01=1\%$

$\frac{2}{100}=0{,}02=2\%$

$\frac{3}{100}=0{,}03=3\%$

$\frac{4}{100}=0{,}04=4\%$

$\frac{5}{100}=0{,}05=5\%$

$\frac{6}{100}=0{,}06=6\%$

$\frac{7}{100}=0{,}07=7\%$

$\frac{8}{100}=0{,}08=8\%$

$\frac{9}{100}=0{,}09=9\%$

$\frac{10}{100}=0{,}1=10\%$

$\frac{11}{100}=0{,}11=11\%$

$\frac{12}{100}=0{,}12=12\%$

⋮

$\frac{99}{100}=0{,}99=99\%$

$\frac{100}{100}=1=1{,}0=100\%$

$\frac{101}{100}=1{,}01=101\%$

⋮

$\frac{599}{100}=5{,}99=599\%$

$\frac{600}{100}=6=600\%$

$\frac{601}{100}=6{,}01=601\%$

⋮

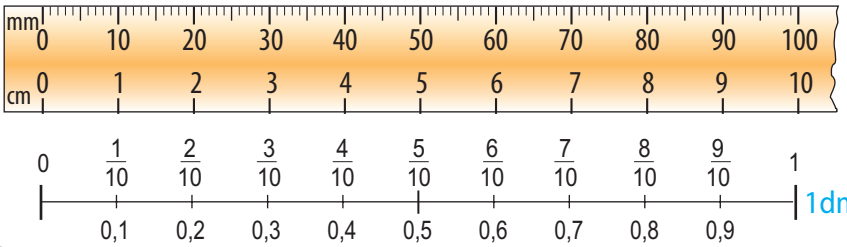
Formarea, scrierea și citirea numerelor zecimale

De ce avem nevoie de numere zecimale?

La fiecare ediție a Jocurilor Olimpice se obțin recorduri care le depășesc pe cele anterioare. De exemplu, la săritura în lungime recordul olimpic a fost în 2012 de 8 m și 31 cm, iar în 2016 de 8 m și 38 cm.

Avem nevoie să exprimăm cât mai simplu aceste numere. Pentru aceasta, folosim diviziuni ale metrului și ale centimetrului, pe care le notăm cu ajutorul virgulei.

Să observăm:





1 cm este o zecime dintr-un decimetru!

$1\text{ cm}=\frac{1}{10}\text{ dm}=0{,}1\text{ dm}$

1 mm este o sutime dintr-un decimetru!

$1\text{ mm}=\frac{1}{100}\text{ dm}=0{,}01\text{ dm}$



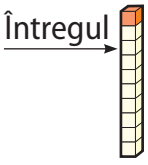
Este important să știm: Numerele scrise cu virgulă se numesc numere zecimale.

Explică desenele.

Propune un alt exemplu care arată la ce sunt utile numerele zecimale.

Cum scriem fracțiile în formă zecimală?

Observă desenele următoare.

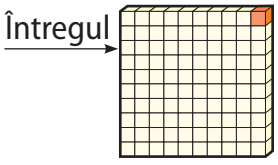


Un ▯ reprezintă o zecime din întreg.

Notăm:

$\frac{1}{10}=0{,}1$

3 zecimi → $\frac{3}{10}=0{,}3$

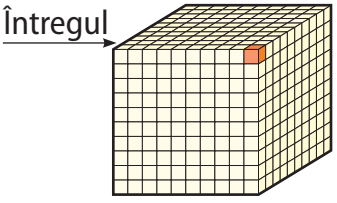


Un ▯ reprezintă o sutime din întreg.

Notăm:

$\frac{1}{100}=\frac{1}{10^2}=0{,}01$

7 sutimi → $\frac{7}{100}=0{,}07$

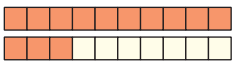


Un ▯ reprezintă o miime din întreg.

Notăm:

$\frac{1}{1000}=\frac{1}{10^3}=0{,}001$

9 miimi → $\frac{9}{1000}=0{,}009$



$\frac{13}{10}=1\frac{3}{10}$ Fracția $\frac{13}{10}$ se scrie și 1,3.

Citim „un întreg și 3 zecimi” sau „1 virgulă 3”.

Scrie în formă zecimală 3 întregi și 6 miimi.

Cum se formează numerele zecimale?

- Să scriem cu virgulă fracția $\frac{1564358}{1000}$.

Scoatem întregii din fracție și obținem:

$$\frac{1564358}{1000} = 1564 + \frac{358}{1000} = 1564 + \frac{300+50+8}{1000} = 1564 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} + \frac{8}{1000}$$

Scriem: 1564,358 (*unități, zeci, sute, mii* — *virgula* — *zecimi, sutimi, miimi*)

Partea întreagă					Partea zecimală		
1	5	6	4	,	3	5	8

Citim: o mie 5 sute șaizeci și 4 virgulă 3 sute 5 zeci și 8.

În general:
- Scrierea unui număr zecimal cuprinde o parte întreagă și o parte zecimală, separate prin virgulă.
- Cifrele scrise după virgulă se numesc zecimale.

În exemplul de mai sus cifra 5 apare pe poziția sutelor și pe poziția sutimilor. Scrie un alt număr zecimal, în care cifra 5 apare pe poziția miilor și pe poziția miimilor. Citește numărul scris de tine.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie următoarele numere zecimale:
a) trei întregi și cinci zecimi;
b) trei zecimi, o sutime și 4 miimi;
c) cincisprezece sutimi;
d) zero întregi și o sută șase miimi;
e) douăzeci de întregi, 9 miimi.

2. Citește numerele zecimale: 1,5; 27,4; 6,06; 5,124; 0,009; 100,02.

3. Reprezintă prin desene potrivite, numerele: 0,6; 1,2; 0,75; 2,08.

4. Scrie ca număr zecimal:
37%; $3\frac{1}{10}$; $\frac{17}{100}$; 3%.

5. Fie numărul: 14,906.
Completează afirmațiile:
a) Cifra zecilor este … .
b) Partea … este 14.
c) Cifra miimilor este … .
d) Conține 149 de … .
e) Cifra sutimilor este … .
f) Conține … sutimi.

6. Mati afirmă că fracția $\frac{42}{9}$ nu este echivalentă cu o fracție cu numitorul o putere de 10. Justifică dacă are dreptate.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A
a) Scrie cu virgulă: $\frac{32}{10}$ și $\frac{32}{100}$.
b) Scrie ca fracție: 0,15 și 1,5.

B
a) Colorează 0,25 din întregul alăturat.
b) Scrie cu virgulă: $1\frac{3}{4}$.

C
Exprimă fracția $\frac{20471903}{10000}$ ca sumă de fracții cu numitori puteri ale lui 10, apoi scrie această fracție ca număr zecimal.

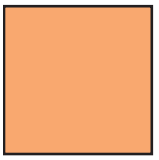
Q

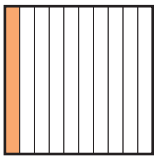
$$\frac{0}{10^m} = 0,00\ldots00$$
$$\frac{1}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots01}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{2}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots02}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{3}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots03}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{4}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots04}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{5}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots05}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{6}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots06}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{7}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots07}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{8}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots08}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{9}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots09}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{10}{10^m} = \frac{1}{10^{m-1}} = 0,\underbrace{00\ldots01}_{m-1 \text{ zecimale}} = 0,\underbrace{00\ldots010}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{11}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots011}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\vdots$$
$$\frac{100}{10^m} = \frac{1}{10^{m-2}} = 0,\underbrace{00\ldots01}_{m-2 \text{ zecimale}} = 0,\underbrace{00\ldots0100}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{101}{10^m} = 0,\underbrace{00\ldots0101}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\vdots$$
$$\frac{10^m-1}{10^m} = \frac{99\ldots9}{10^m} = 0,\underbrace{99\ldots9}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{10^m}{10^m} = 1,0$$
$$\frac{10^m+1}{10^m} = 1,\underbrace{00\ldots01}_{m \text{ zecimale}}$$
$$\frac{10^m+2}{10^m} = 1,\underbrace{00\ldots02}_{m \text{ zecimale}}$$

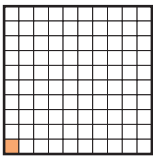
Q Legături între numere zecimale, numere naturale, fracții și procente

Prin ce se aseamănă numerele zecimale și cele naturale?

Putem reprezenta: 1 întreg: 10 părți egale: 100 de părți egale:


un întreg → 1
100%


o zecime → 0,1
10%


o sutime → 0,01
1%

Să comparăm:

Pentru numerele naturale:
- o zece are 10 unități;
- o sută are 10 zeci;
- o mie are 10 sute

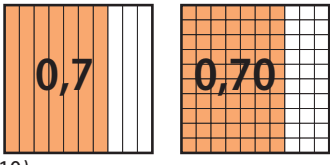
Pentru numere zecimale:
- un întreg are 10 zecimi;
- o zecime are 10 sutimi;
- o sutime are 10 miimi.

Câțiva elevi discută despre aceste proprietăți:

Ana: Deci 70 de sutimi înseamnă 7 zecimi!

Tic: Adică 0,70 = 0,7 ?!

Mati: Putem verifica ușor această egalitate: →



Liza: Desigur! $0,7 = \frac{7}{10}$ și $0,70 = \frac{70}{100}$, dar $^{10)}\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$.

$3,12 = 3,120$
$9 = 9,00$

E important să știm:
- Un număr zecimal nu se schimbă dacă adăugăm după ultima sa zecimală zerouri;
- Numerele naturale se pot scrie cu virgulă. *Exemplu*: $7 = 7,0$

Este adevărat că $0,35 = 0,305$? *Dar că* $1,27 = 1,270$?



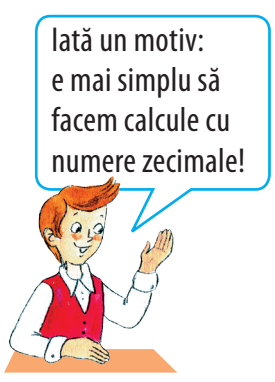
Cum scriem fracții sub formă zecimală?

Geo: Am văzut că fracția $\frac{39}{10}$ se poate scrie 3,9 , iar $\frac{17}{100}$ se poate scrie 0,17. Cum procedăm în cazul fracțiilor care nu au la numitor 10, 100, 1000, …?

Mati: Unele fracții pot fi amplificate sau simplificate pentru a fi aduse la această formă.

Geo: Am înțeles ce vrei să spui. Iată două exemple:

$^{5)}\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{15}{10} = 1,5$; $\frac{7}{2 \cdot 5^2} = {}^{2)}\frac{7}{50} = \frac{14}{100} = 0,14$.

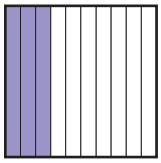


E important să știm:
- Orice fracție cu numitorul de forma 10^n (unde n este număr natural) se poate reprezenta ca număr zecimal. În scrierea zecimală a acestui număr, după virgulă apar n cifre (adică atâtea cifre câte zerouri are numitorul). Obținem un număr zecimal cu un număr finit de zecimale.
- Orice fracție ireductibilă al cărei numitor se divide numai cu puteri ale lui 2 sau ale lui 5 se poate scrie ca o fracție cu numitorul 10^n.

Scrie cu virgulă: $\frac{3}{20}$ *și* $\frac{13}{5}$.

Exersăm, învățăm!

1. Observă reprezentarea alăturată:



$\frac{3}{10} = 0{,}3$.

Scrie ca fracție: 0,25; 2,5; 25%; 25.

2. Scrie ca procent: $\frac{3}{10}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{25}{32}$; $\frac{9}{256}$.

3. Scrie sub formă zecimală:

$\frac{3}{5}$; $\frac{3}{25}$; $\frac{3}{625}$; $\frac{3}{3125}$.

4. Scrie cu virgulă: $\frac{63}{15}$; $\frac{45}{72}$; $\frac{14}{125}$; $\frac{478}{25}$.

5. Scrie fiecare dintre numerele zecimale următoare ca fracție cu numitorul:

a) 100; **b)** 1000; **c)** 10^4.

Exemplu: $3{,}2 = \frac{32}{10} \overset{100)}{=} \frac{3200}{1000}$.

4,8; 51,6; 4,25; 0,275; 6,842; 523,86.

6. La proba de 400 m plat feminin, atletele au obținut rezultatele menționate în tabel. Exprimă aceste rezultate ca fracții.

Nume	Timp
Ana	53,04
Bianca	51,96
Camelia	52,16
Dana	54,35
Elena	51,78

7. *Adevărat sau fals*?

a) 0,5060 = 0,506; **b)** 0,5060 = 0,56;

c) 0,5060 ≠ 0,50600; **d)** 0,5060 ≠ 0,500600.

8. Scrie numerele din lista de mai jos, egale cu 3,204:

30,204; 3,2040; 3,205; 3,20040; 32,04.

9. Fie numerele: 3,075; 30,75; 307,5; 3075,0; 0,3075; 0,03075; 0,003075.

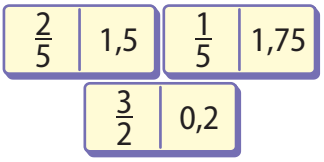
a) Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc aceste numere?

b) Citește partea întreagă și partea zecimală a fiecăruia, apoi scrie încă două numere asemănătoare.

10. Ce fracție dintr-un mileniu reprezintă un secol? Cât la sută dintr-un mileniu reprezintă un secol? Exprimă acest procent sub formă zecimală.

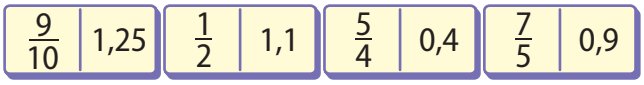
11. Maria a inventat un domino cu numere: piesele conțin, pe o jumătate, numere scrise sub formă de fracție, iar pe cealaltă jumătate numere scrise sub formă zecimală. În joc, pot fi alăturate doar numere egale.

Primele trei piese puse de Maria sunt arătate în imagine.



a) Justifică dacă piesele din imagine respectă regula jocului.

b) Cu care din următoarele 4 piese ar putea continua Maria jocul (prin alăturare la stânga sau la dreapta)?



c) Maria continuă jocul, până când nu mai poate adăuga niciuna dintre piesele sale. Câte piese i-au rămas?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Scrie ca procent, apoi ca număr zecimal:

a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{5}$.

B Scrie ca procent, apoi ca număr zecimal:

a) $\frac{5}{8}$; b) $\frac{7}{25}$.

C Scrie ca procent, apoi ca număr zecimal:

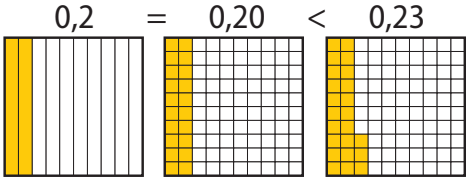
a) $\frac{144}{625}$; b) $\frac{301}{125}$.

Numere zecimale: comparare, reprezentare, ordonare

Cum comparăm numere zecimale?

Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc compararea numerelor naturale și compararea numerelor zecimale?

Dintre numerele zecimale 0,2 și 0,23, care este oare mai mare?
Putem găsi răspunsul reprezentând numerele prin desene



Deci 0,2 < 0,23.

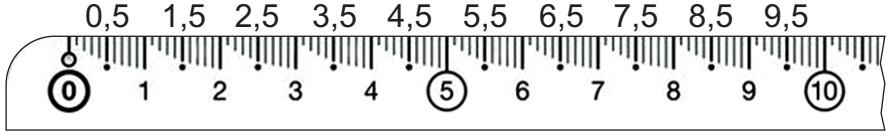
Tic: Cum putem oare compara numerele 3,4 și 3,27?
Ana: Știu! Observăm că aceste două numere au aceeași parte întreagă și comparăm doar 0,4 cu 0,27.
Mati: Da! Iar mai departe, procedăm ca mai sus!

Este important să știm: Când comparăm numere zecimale:
- numărul cu partea întreagă mai mare este mai mare;
- la numerele cu aceeași parte întreagă, comparăm părțile zecimale, cifră cu cifră, de la stânga la dreapta, până când găsim două cifre diferite; numărul în care apare cifra cu valoare mai mare este mai mare.

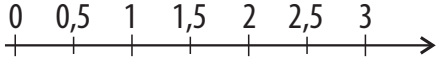
Compară 3,12 *și* 5,03; 2,74 *și* 2,729.

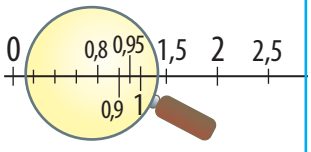
Cum reprezentăm pe axă numere zecimale?

Pe rigla gradată, subdiviziunile centimetrului se pot scrie în formă zecimală.



Analog, reprezentăm numerele zecimale pe axă.





Ne putem imagina că privim axa numerelor printr-o lupă.

Putem reprezenta pe axă și numere situate între 0,5 și 1; de exemplu 0,8 și 0,9. Între 0,9 și 1 mai putem poziționa și alte numere zecimale, precum 0,95; 0,97 etc. Deși desenul este din ce în ce mai greu de făcut, știm că aceste numere există și că ele se poziționează între 0,9 și 1.

Este important să știm:
Pentru a reprezenta pe axa numerelor un număr zecimal cu cel mult 3 zecimale:
- încadrăm numărul dat între două numere naturale consecutive;
- împărțim segmentul unitate delimitat de cele două numere naturale consecutive în 10, 100 sau 1000 de părți egale, după cum numărul dat are una, două sau trei părți zecimale;
- identificăm punctul prin care se reprezintă numărul pe axă.



În sport, precizia este foarte importantă!

Poziționează pe axa numerelor 2,7 și 3,4.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie numerele în caiete și înlocuiește ? cu semnul potrivit (< sau >):

a) 3,4 ? 3,29; 3 ? 2,09; 5,29 ? 5,30;

b) 6,08 ? 7,08; 8,19 ? 8,18; 17 ? 17,31.

2. Scrie cel mai mic număr zecimal nenul care are trei zecimale diferite.

3. Numerele 23,48 și 23,84 sunt scrise cu aceleași cifre. Sunt egale? De ce?

4. Ordonează crescător, apoi descrescător numerele: 0,6; 4,2; 3,09; 1,90; 5,2.

5. Reprezintă pe axa numerelor:

0,1; 0,7; 1,5; 1,8; 3,7; 3,2; 4,5.

6. Scrie numerele cu două zecimale care sunt cuprinse între 7,29 și 7,32.

7. Care dintre propozițiile următoare sunt adevărate? Explică răspunsurile.

a) 19,24 < 30,4; **b)** 7,843 > 7,845;

c) 3,83 < 3,97; **d)** 8,0001 > 8,001.

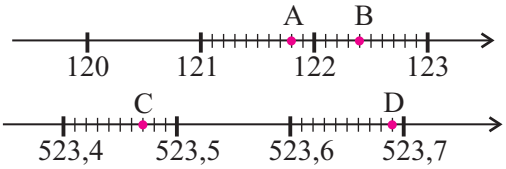
8. Scrie câte două numere zecimale:

a) mai mici ca 0,7;

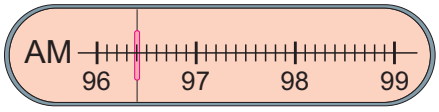
b) mai mici ca 0,07;

c) cuprinse între 3 și 3,7.

9. Ce numere zecimale corespund punctelor notate pe fiecare axă?



10. Posturile de radio Star (S), Muzică (M) și Zam (Z) se transmit pe lungimile de undă 97,3, 98,1, respectiv 98,6. Imaginea arată scala aparatului de radio al domnului Popescu. Marchează pe această scală locurile în care trebuie poziționat cursorul pentru a recepționa aceste posturi.

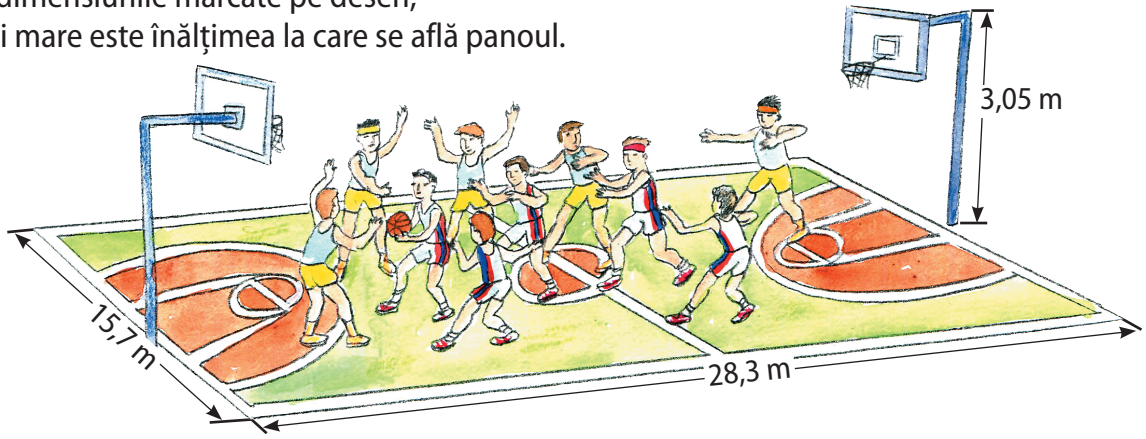


11. Desenul arată dimensiunile unui teren de baschet. Determină afirmațiile adevărate!

a) lungimea terenului este de 28,30 m. **b)** Panoul se află la o înălțime de 3,50 m.

c) Lățimea terenului este de 150,7 m.

d) Dintre dimensiunile marcate pe desen, cea mai mare este înălțimea la care se află panoul.



Alege și rezolvă în 5 minute!

A Reprezintă pe axă numerele 2,7 și 2,8. Scrie trei numere zecimale cuprinse între ele.

B Determină cel mai mic și cel mai mare număr zecimal subunitar, scrise cu câte patru cifre diferite. Justifică.

C Află ce cifră a fost înlocuită de litera x știind că numerele $\overline{3,5x9}$; $\overline{3,x58}$; $\overline{3,75x}$ sunt în ordine crescătoare.

Q Aproximarea numerelor zecimale

La ce folosesc estimările?

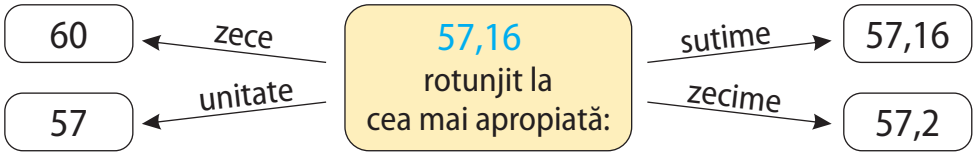


În competițiile sportive precizia este extrem de importantă; o diferență de câteva sutimi de secundă înseamnă distanța dintre victorie și pierderea unui loc pe podium. În alte situații însă, e mai util să estimăm rapid un rezultat aproximativ. Să observăm un astfel de exemplu.

Pentru a ajunge la locul competiției, bărcile caiac–canoe se transportă cu ajutorul unei platforme montate pe un vehicul. Ce lungime minimă (exprimată în metri) trebuie să aibă platforma, dacă lungimea unui caiac este de 57,16 dm?

Lungimea platformei se obține prin rotunjirea la cea mai apropiată zece: 57,16 dm ⇝ 60 dm = 6 m.

- Când, la un număr dat, nu ne interesează toate cifrele, ci numai ordinul său de mărime, utilizăm rotunjiri.



Ce lungime minimă trebuie să aibă platforma pentru a susține un caiac cu lungimea de 69,27 dm?

Cum rotunjim prin lipsă sau prin adaos?



Patinatorii pe role sau skate au observat următorul fenomen, atunci când au un traseu cu suișuri și coborâșuri: „Dacă ai reușit să treci de vârf, ajungi fără efort în valea care urmează!"



Ne putem gândi la acest lucru atunci când facem rotunjiri.

Tabelul următor pune în evidență regulile după care se face rotunjirea.

Numărul exact	Rotunjirea la cea mai apropiată:	Cifra din dreapta	Este mai mare sau egală cu 5?	Număr obținut prin rotunjire	Tipul rotunjirii
28,39	unitate (întreg)	3	Nu	28	prin lipsă
28,39	zecime	9	Da	28,4	prin adaos
0,4721	sutime	2	Nu	0,47	prin lipsă
3,2748	miime	8	Da	3,275	prin adaos
25,39	zece	5	Da	30	prin adaos

Desenează un traseu pentru role, care te poate ajuta să faci rotunjiri la ordinul sutimilor. Folosește desenul pentru a rotunji la cea mai apropiată sutime, numerele 3,647; 3,652; 3,639; 3,6401.

Exersăm, învățăm!

1. În lista de mai jos, subliniază cel mai mic număr:

2,3; 2,19; 2,8; 3,1; 1,245.

2. În concursul de atletism, la proba de sărituri în lungime s-au înregistrat (în metri) rezultatele din tabel (X semnifică încercare nereușită). În clasamentul final, contează cea mai bună săritură a fiecărui atlet.

Numele	*Încercarea*			
	1	2	3	4
Alex	5,97	6,08	X	5,81
Ben	5,73	5,89	5,78	X
Chris	6,11	5,87	6,09	5,62
Daniel	6,36	X	6,19	5,96
Emil	6,19	6,32	5,93	6,04
Frank	X	5,85	5,92	6,25

a) Ce rezultat final a avut Ben?

b) Completează podiumul de premiere cu numele câștigătorilor.

3. *Alege răspunsul corect*: care dintre numerele de mai jos este rotunjirea lui 3629,386 la cea mai apropiată zecime?

a) 3629,4 **b)** 3630 **c)** 3630,386

d) 3629,3 **e)** 3629

4. Rotunjește la cea mai apropiată:
a) zece; **b)** zecime; numerele: 45,6; 67,8; 21,43; 58,72; 124,91; 836,248; 1283,514.

5. O milă este egală cu 1,609344 km. Rotunjește acest număr la cea mai apropiată miime.

6. Aproximează prin rotunjire la zecimi:
6,83; 5,13; 10,01; 6,863.

7. Un alt mod de a rotunji numerele zecimale este trunchierea. Aceasta înseamnă neglijarea tuturor zecimalelor începând de la un anumit ordin. *Exemplu:* Pentru a rotunji prin trunchiere la poziția sutimilor ștergem zecimalele de după a doua poziție: 0,89643333 → 0,89~~643333~~. Deci rotunjirea prin trunchiere la sutimi este 0,89.
Rotunjește prin trunchiere numărul 7,465938 la: **a)** ordinul miimilor; **b)** ordinul sutimilor; **c)** ordinul zecimilor.

8. Câte numere cu o zecimală sunt cuprinse între 1 și 2? Dar între 0,1 și 0,2?

9. Care dintre numerele: 8,742; 4,896; 7,2345; 6,987; 5,198; 11,003; 5,099 este cel mai apropiat de: **a)** 5; **b)** 7; **c)** 10?

10. Rotunjește numărul 3 743,853 la cea mai apropiată: **a)** sutime; **b)** zecime; **c)** unitate; **d)** zece; **e)** sută.

11. Rotunjește 73 065,7538 la cea mai apropiată: **a)** sută; **b)** mie; **c)** sutime; **d)** miime.

12. Fie numerele 2,7 și 2,8.
a) Reprezintă numerele pe axă.
b) Scrie cinci numere cuprinse între ele.
c) Câte numere cu două zecimale sunt cuprinse între ele? Dar cu trei zecimale?

13. Câte numere cu două zecimale sunt cuprinse între 0 și 1? Care este cel mai mic dintre ele? Dar cel mai mare?

14. Câte numere cu trei zecimale sunt cuprinse între 3 și 4? Care este cel mai mic dintre ele? Dar cel mai mare? Dar numere cu patru zecimale?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Rotunjește la ordinul sutimilor: 3,205; 0,4.

B Scrie toate numerele cu trei zecimale care, rotunjite la ordinul sutimilor, dau 3,21.

C Scrie cel mai mic și cel mai mare număr cu patru zecimale care, rotunjite la ordinul miimilor, dau 1,340.

Q Organizarea datelor

De ce este util să organizăm datele?

Tic este pasionat de sport. El și-a propus să afle cât mai multe informații despre performanțele sportivilor români la Jocurile Olimpice de-a lungul timpului, din ziare, reviste, sau de pe Internet. El a constatat însă că datele sunt mult prea numeroase pentru a le putea folosi. Antrenorul de baschet i-a explicat că înregistrarea datelor într-un tabel îi poate fi de mare ajutor.

Spre exemplu, tabelul următor conține informații despre numărul de medalii obținute de sportivii români la ultimele cinci ediții ale Jocurilor Olimpice.

An	Ediția	Aur	Argint	Bronz	Total
2016	Rio	1	1	2	4
2012	Londra	2	5	2	9
2008	Beijing	4	1	4	9
2004	Atena	8	5	6	19
2000	Sydney	11	6	9	26

Sursa: Comitetul Olimpic și Sportiv Român



Este important să știm:

- Putem citi și înțelege un volum mare de date atunci când acestea sunt organizate pe baza unor criterii.
- Un tabel cu linii și coloane oferă un mod simplu de înregistrare a datelor.

Observă tabelul și realizează comparațiile propuse de Tic.

Statistica este știința care se ocupă cu colectarea, organizarea și interpretarea datelor. De exemplu, statistica ne ajută să estimăm numărul de pești dintr-un lac, fără să fie nevoie să-i pescuim pe toți pentru a afla câți sunt.

Cum putem organiza datele?

În cadrul unui studiu pentru a afla cât de interesați sunt copiii să citească, 100 de elevi din școala lui Mati au răspuns la întrebarea: „Câte cărți ai citit în ultima lună?" Iată răspunsurile lor:

1 2 0 4 0 2 3 5 3 3 0 1 2 5 6 0 6 4 3 2
6 3 1 4 4 5 2 4 3 4 1 0 1 2 2 4 3 6 5 1
1 2 0 2 0 4 3 5 7 1 0 1 2 5 6 0 6 4 3 2
4 2 0 1 0 2 7 5 2 3 0 1 2 5 3 0 7 0 3 2
3 3 1 5 4 5 2 4 3 4 1 0 3 2 1 4 3 6 7 1

Din această listă de numere nu ne putem da seama cât de mulți copii citesc mai multe cărți; este necesar să prelucrăm aceste date. Pentru aceasta, înregistrăm **frecvența** cu care apare fiecare număr (cât de des apare fiecare număr).

Apoi, putem face o listă sau un tabel cu aceste frecvențe.

Astfel, le putem compara!

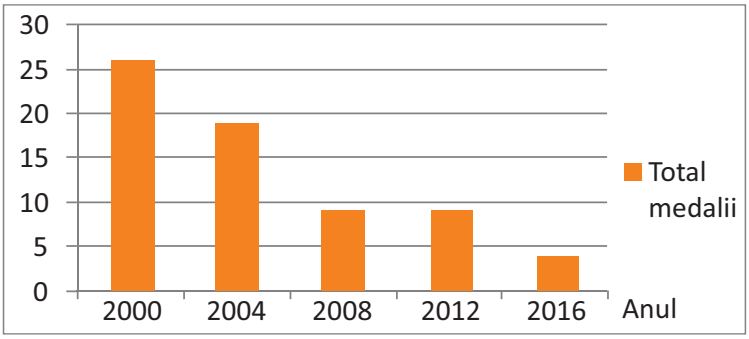
În general, este util să exprimăm datele cât mai sintetic (adică pe scurt).

Notează într-un tabel frecvențele cu care apar numerele de la 0 la 7 în lista de mai sus. Ce concluzii poți formula?

Statistica ne permite ca, analizând un **eșantion**, să putem extrapola rezultatele la o **populație** mult mai largă, cu minimum de eroare.

Cum reprezentăm datele pentru a obține informații utile?

Un mod simplu de reprezentare a datelor este un grafic cu bare. Graficul de mai jos reprezintă numărul total de medalii obținute de sportivii români la ultimele ediții ale Jocurilor olimpice.



Când privești un astfel de grafic, vezi imediat că în 2000 s-au obținut cele mai multe medalii, mult mai multe decât în 2012 sau 2016.



În general, un grafic cu bare evidențiază clar frecvențele cu care apar anumite date.

Realizează un grafic cu bare pentru a ilustra distribuția medaliilor de aur.

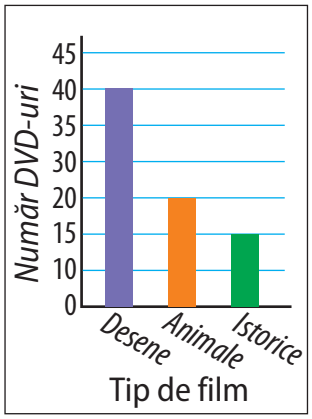
Exersăm, învățăm!

1. La săritura în înălțime, trei atleți au câștigat concursurile regionale cu recordurile înregistrate în tabelul alăturat. Transpune datele din tabel într-un grafic cu bare.

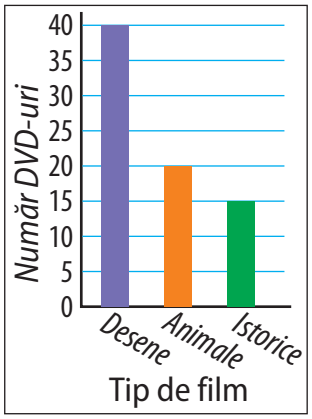
Atlet	Data	Rezultat
Matei	20.06.2012	2.23 m
Relu	23.01.2014	2.28 m
Dan	6.06.2016	2.32 m

2. Ema are în colecția sa de DVD-uri: 40 de filme de desene animate, 20 de filme cu animale și 15 cu povești istorice. Un grafic bine făcut prezintă datele clar și corect, include un titlu, iar intervalele de pe fiecare axă au lungimi egale și sunt denumite. Dintre graficele de mai jos, care trebuie corectate?

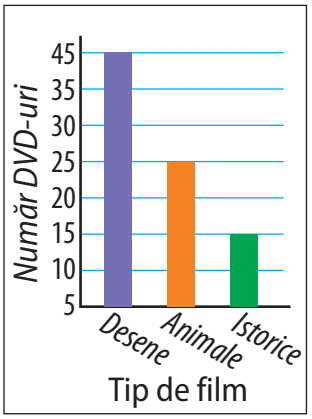
a)



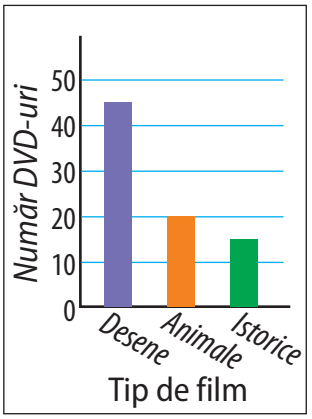
b)



c)



d)



Alege și rezolvă în 5 minute!

A Înregistrează într-un tabel datele din exercițiul 2.

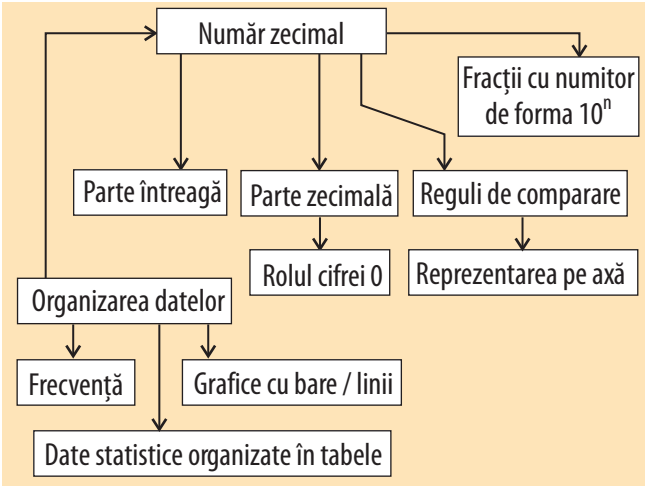
B Identifică un grafic incorect la exercițiul 2 și enumeră greșelile.

C Enumeră toate greșelile din graficele incorecte de la exercițiul 2.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să transform fracții ordinare în numere zecimale;
- să compar numere zecimale;
- să rotunjesc numere zecimale la un anumit ordin;
- să reprezint pe axă numere zecimale;
- să organizez și să interpretez date în diverse moduri.



Testul 1

1. Scrie cu virgulă: $\frac{3}{10}$; 43%; $\frac{1}{4}$.

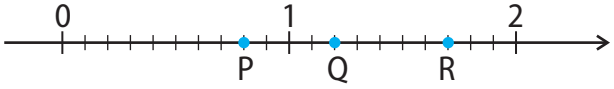
2. Alege răspunsul corect! Cel mai mare număr dintre cele scrise mai jos este:

a) 0,2; **b)** 0,13; **c)** 0,145; **d)** 0,1070.

3. Asociază numerele din stânga cu rotunjirile lor la ordinul zecimilor, din coloana din dreapta.

2,572	2,3
2,493	2,4
2,313	2,5
2,5	2,6

4. Decide dacă afirmațiile următoare, care se referă la reprezentarea unor numere pe axa de mai jos, sunt adevărate.



a) Numărul 1,8 se reprezintă în punctul P.
b) Numărul 1,20 se reprezintă în punctul Q.
c) Numărul 17 se reprezintă în punctul R.

5. În proba de alergare s-au înregistrat următoarele rezultate:

	Ben	Ron	Jim	Don
Timp(sec)	36,80	36,75	37,04	36,89

Cine a câștigat proba?

Testul 2

1. Scrie cu virgulă: $\frac{7}{10}$; 81%; $\frac{3}{4}$.

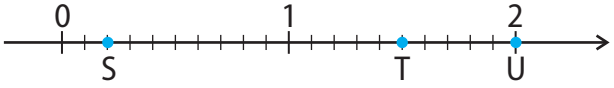
2. Alege răspunsul corect! Cel mai mare număr dintre cele scrise mai jos este:

a) 1,1; **b)** 1,12; **c)** 1,045; **d)** 0,318.

3. Asociază numerele din stânga cu rotunjirile lor la ordinul zecimilor, din coloana din dreapta.

3,449	3,2
3,204	3,3
3,152	3,4
3,380	3,5

4. Decide dacă afirmațiile următoare, care se referă la reprezentarea unor numere pe axa de mai jos, sunt adevărate.



a) Numărul 0,2 se reprezintă în punctul S.
b) Numărul 1,50 se reprezintă în punctul T.
c) Numărul 20 se reprezintă în punctul U.

5. În proba de sărituri s-au înregistrat următoarele rezultate:

	Dan	Alex	Sorin	Radu
Înălțime(m)	2,39	2,35	2,40	2,28

Cine a câștigat proba?

Matematica din realitate

Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli dintr-un caiet cu pătrățele
- *Scop:* Veți colecta date privind folosirea numerelor zecimale și le veți prelucra în diferite moduri.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
- Fiecare membru al echipei alege o sursă de colectare a informațiilor (de exemplu cofetăria sau librăria).
  - Colectați date ce conțin numere zecimale.
  - Organizați informațiile colectate în tabele, apoi reprezentați-le folosind grafice cu bare.
  - Compuneți și rezolvați probleme/exerciții folosind aceste date.
- Selectați problemele cu simbolul din această unitate și propuneți câte o problemă asemănătoare.
- Cu toate aceste date și probleme, fiecare echipă realizează 5-6 pagini pentru o mini-culegere despre numere zecimale.

Pentru început:
Citiți e-mailul pe care Liza l-a trimis prietenei sale, Maria, pe care a întâlnit-o într-o tabără de pictură. Scrieți numerele care apar în text sub formă fracționară.

Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*.
  - Schimbați mini-culegerea realizată de echipa voastră cu aceea realizată de o altă echipă.
  - Verificați corectitudinea problemelor și a soluțiilor propuse de echipa parteneră.

Prezentare

Lucrați cu toată clasa.

- Prezentați mini-culegerile în parteneriat: câte un reprezentant din fiecare echipă.



• Maria@

Dragă Maria,

Sper că ești bine și ai progresat cu îmbinarea culorilor pentru tabloul la care lucrai.
Știi că eu prefer pictura și literatura, dar azi am descoperit un lucru foarte interesant...
M-am sculat de dimineață, m-am spălat pe dinți și am observat că pe pasta de dinți scria: conține 0,243% Sodium Floride. Apoi, la micul dejun, am văzut că pe cutia cu cereale scria: o porție de 40 grame conține 3,6 g proteine și 1,8 g grăsimi, iar pe cutia cu lapte apărea scris: conține 0,06 g sare.
Pe drumul spre școală, am văzut un indicator rutier: $3_{,50}^{m}$ apoi altul: $2_{,30}^{m}$.
Descoperirea mea e că numerele zecimale pe care le-am învățat de curând la școală se găsesc peste tot în jurul nostru!

,
Liza

Q Adunarea și scăderea numerelor zecimale

Cum adunăm numere zecimale?



Tatăl lui Ștefan este dulgher. Pentru a repara o barcă, el folosește o scândură lungă de 1,82 m și alta de 2,5 m, pe care le pune cap la cap. Care este lungimea totală a scândurii folosite?

Liza: Folosesc numere fracționare:

$$1{,}82+2{,}5=\frac{182}{100}+\frac{25}{10}=\frac{182+250}{100}=$$

$$=\frac{432}{100}=4{,}32$$

Deci 1,82 + 2,5 = 1,82 + 2,50 = 4,32

Răspuns: 4,32 m

Geo: Descompun numerele în unități, zecimi și sutimi, apoi adun părțile de același ordin:

$$1{,}82+2{,}5=1+0{,}8+0{,}02+2+0{,}5=$$

$$=3+1{,}3+0{,}02=$$

$$=4+0{,}3+0{,}02=4{,}32.$$

Răspuns: 4,32 m

Mati: Pot să exprim totul cu numere naturale!
1,82 m + 2,5 m = 182 cm + 250 cm = 432 cm

Ana: Iar 432 cm = 4,32 m! Deci, procedăm ca la numerele naturale, dar avem grijă să punem virgula la locul potrivit!

Este important să știm: Pentru a aduna două numere care au un număr finit de zecimale, procedăm astfel:

1. Scriem numerele unul sub altul: virgulă sub virgulă, unități sub unități, zeci sub zeci, zecimi sub zecimi etc.
2. Efectuăm adunarea ca la numere naturale, fără a ține cont de virgulă; scriem virgula la rezultat pe aceeași poziție în care apare și la termeni (spunem că „se coboară virgula").

0,9 + 12,25 = ?

```
 0,90 +
12,25
```

```
 0,90 +
12,25
13,15
```

Calculează în două moduri: 0,95 + 1,8 și 3,7 + 1,64.

i Adunarea numerelor zecimale are aceleași proprietăți ca și adunarea numerelor naturale.

i Pentru ca părțile zecimale să aibă același număr de cifre, completăm cu zerouri acolo unde lipsesc zecimalele.
Exemplu: 52 + 7,04 = ?

```
52,00 +
 7,04
59,04
```

Cum se scad două numere zecimale?

Cornel a cumpărat o scândură de lemn cu lungimea de 1,5 m, din care folosește o bucată cu lungimea de 0,68 m. Ce lungime are scândura rămasă?

Rezolvare: $1{,}5-0{,}68=1{,}50-0{,}68=\frac{150}{100}-\frac{68}{100}=\frac{150-68}{100}=\frac{82}{100}=0{,}82.$

Răspuns: 0,82 m.

Este important să știm: Pentru a scădea două numere care au un număr finit de zecimale, procedăm astfel:

1. Scriem numerele unul sub altul: virgulă sub virgulă, unități sub unități, zeci sub zeci, zecimi sub zecimi etc.
2. Efectuăm scăderea ca la numere naturale, fără a ține cont de virgulă; scriem virgula la rezultat în aceeași poziție în care apare și la cele două numere (spunem că „se coboară virgula").

10,37 – 2,85 = ?

```
10,37 –
 2,85
```

```
10,37 –
 2,85
 7,52
```

Calculează în două moduri: 0,8 – 0,512 și 3,47 – 1,9.

i Pentru ca părțile zecimale să aibă același număr de cifre, completăm cu zerouri acolo unde lipsesc zecimalele.
Exemplu: 0,8 – 0,512 = ?

```
0,800 –
0,512
0,288
```

Exersăm, învățăm!

1. Efectuează:

a) $1,4 + 2,1$; **b)** $15 + 0,75$;

c) $15 - 12,15$; **d)** $2,75 + 7,25 + 10$;

e) $3,5 - 1,4$; **f)** $3,85 + 21,142$.

2. Calculează cât mai simplu:

a) $4,3 + 5 + 5,7$; **b)** $12,63 + 20,96 + 7,37$;

c) $11,88 + 5,03 + 21,12 + 5,97$.

3. Scrie descompunerea zecimală a numerelor: 2,705; 0,41; 312,20; 85,026; 15238,9365.

4. Scrie numărul 5,6 ca sumă, apoi ca diferență de două numere zecimale. Găsește două soluții pentru fiecare caz.

5. Află numărul care:

a) este cu 315,3 mai mare decât 4,137;

b) este cu 17,07 mai mic decât 45,3;

c) este cu 3,14 mai mic decât $\frac{19}{5}$.

6. Arată că $a = b$, știind că:

$a = 0,7 + 0,07 + 0,007 + 0,223$;

$b = 0,009 + 0,09 + 0,9 + 0,001$.

7. Efectuează: **a)** $37,73 + 73,37$;

b) $14 + 4,1$; **c)** $15,05 - 12,03 + 0,98$;

d) $40,04 + 50,75 - 9,21$.

8. Copiază și completează tabelul:

a	b	$a + b$	$a - b$
0,09	0,01	?	?
7,07	3,9	?	?
10,502	10,4	?	?
72,72	72,27	?	?

9. Înlocuiește ? cu numere potrivite. Găsește câte trei soluții pentru fiecare exercițiu. Lucrează cu numere cât mai mici.

a) ? + ? = 1 **b)** ? + ? = 0,1

c) ? + ? = 2 **d)** ? + ? = 0,2

e) ? − ? = 1 **f)** ? − ? = 0,1

g) ? − ? = 2 **h)** ? − ? = …

Prin ce se aseamănă și prin ce se deosebesc exercițiile date?

Poți să scrii toate soluțiile lor?

Din greșeală, exercițiul **h)** s-a șters.

Care crezi că ar trebui să fie enunțul său?

10. Recordul mondial la proba de 400 m a fost, în 1988, de 43,29 secunde. Recordul a fost îmbunătățit de două ori, mai întâi cu 9 sutimi de secundă, apoi cu 15 sutimi de secundă. Cât este acum recordul mondial?

11. Primii 100 m ai cursei au fost parcurși în 12,3 secunde. Pe fiecare porțiune următoare de 100 m, atletul a făcut cu 2,4 secunde mai mult decât pe cea anterioară. În cât timp a terminat cursa de 400 m?

12. Observă indicatorul turistic și află distanțele (pe traseul dat) dintre fiecare două cabane.



Alege și rezolvă în 5 minute!

A

1. Calculează: a) $1000,2 + 5,06$
   b) $10 - 3,26$
2. Află numărul cu 23,4 mai mare decât 100.

B

1. Calculează:
   a) $58742,134 + 99,78$
   b) $1000 - 4,567$
2. Află numărul cu 75,25 mai mic decât 100.

C

1. Scrie numărul 100 ca sumă, apoi ca diferență a două numere care au câte trei zecimale.
2. Află numărul cu 58,947 mai mic decât 100.

Legătura dintre adunare și scădere. Estimări

Ce legături există între adunare și scădere?



Să observăm:

$$25 \xrightarrow{+14} 39 \xrightarrow{-14} 25$$

$$2{,}5 \xrightarrow{+1{,}4} 3{,}9 \xrightarrow{-1{,}4} 2{,}5$$

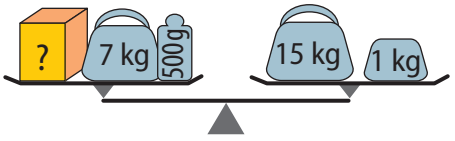
$$64{,}12 \xrightarrow{-8{,}05} 56{,}07 \xrightarrow{+8{,}05} 64{,}12$$

Este important să știm:

- Adunarea și scăderea numerelor zecimale sunt operații inverse una alteia.
- Pentru a obține un număr zecimal pozitiv, trebuie ca descăzutul să fie mai mare sau egal cu scăzătorul. Dacă descăzutul este egal cu scăzătorul, diferența este zero.
- Folosind legătura dintre adunare și scădere, putem:
  - să efectuăm proba adunării prin scădere (și invers);
  - să aflăm un număr necunoscut.

26,351 +	35,421 −
9,07	9,07
35,421	?

Exemplu:



? = 16 kg − 7,5 kg

? = 8,5 kg.

Calculează, apoi verifică prin probă: 100 − 78,261.

Află numărul necunoscut: $x + 12{,}5 = 40$.

Cum estimăm suma sau diferența?

La concursul de navomodele, vaporașul construit de Ștefan s-a deplasat pe distanța de 184,28m, iar cel construit de Adrian, pe distanța de 129,73m. Aproximează rapid diferența dintre lungimile celor două trasee.

Rezolvare: Putem estima rapid rezultatele, dacă rotunjim numerele.



184,28 → (rotunjire la cea mai apropiată sută) → 200

129,73 → (rotunjire la cea mai apropiată sută) → 100

diferența → 100

Vaporașul lui Ștefan a parcurs cu circa 100 m mai mult.

Vom obține o estimare mai fină (mai apropiată de rezultatul exact) dacă facem rotunjirea la zeci:

184,28 → (rotunjire la cea mai apropiată zece) → 180

129,73 → (rotunjire la cea mai apropiată zece) → 130

diferența → 50

Vaporașul lui Ștefan a parcurs cu aproximativ 50 m mai mult.

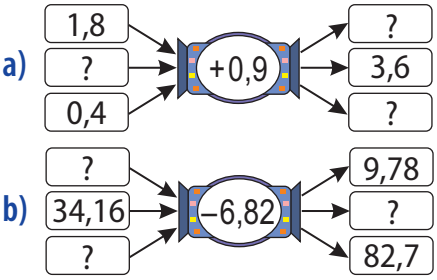
Estimează rezultatele adunării și scăderii următoarelor perechi de numere, prin rotunjirea la zecimi a termenilor: 2,5 și 1,82; 33,266 și 4,7; 512,43 și 14,135.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează rapid:
a) 6,4 + 7 – 7 + 0,7 – 0,7 = ?
b) 10,5 + 11 – 11 + 1,1 – 1,1 = ?
c) 19,5 + 8,9 – 8,9 + 8,9 = ?
d) 5,96 + 3,7 – 0,37 + 0,37 = ?

2. Calculează rapid, efectuând numai trei operații. Care sunt acestea?
a) 4,96 + 4,05 – 4,05 + 40,5 – 40,5;
b) 7,82 – 2,87 + 2,87 – 28,7 + 28,7.

3. Scrie exercițiile prin care afli numerele necunoscute.



4. Cătălin a efectuat calculele de mai jos. Descoperă prin estimarea sumei rezultatele greșite, apoi corectează.
55,318 + 493,612 = 8127,630
5085,642 + 19 824,920 = 2 491,0566
154,23 + 89,103 = 543,333
9 897,12 + 4 836,2 = 103 733,32

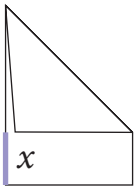
Exemplu: 55,318 ⇝ 55
493,612 ⇝ 493
suma ⇝ 548

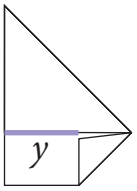
5. Scrie numărul 0,6 ca diferență dintre un număr natural și unul zecimal. Propune trei soluții.

6. Află numărul zecimal x pentru care:
a) 20,3 + 4,75 = x; **b)** 5,36 + x = 7,38;
c) x – 21,02 = 8,98; **d)** x + 10,9 = 11;
e) 9,6 – 8,4 = x; **f)** 17 – x = 3,5.

7. Află, în fiecare caz, numerele naturale x care verifică inegalitățile:
a) 8,9 + x < 9,8; **b)** x + 1,1 < 3,01;
c) 15,06 + x – 4,94 ⩽ 15,02.

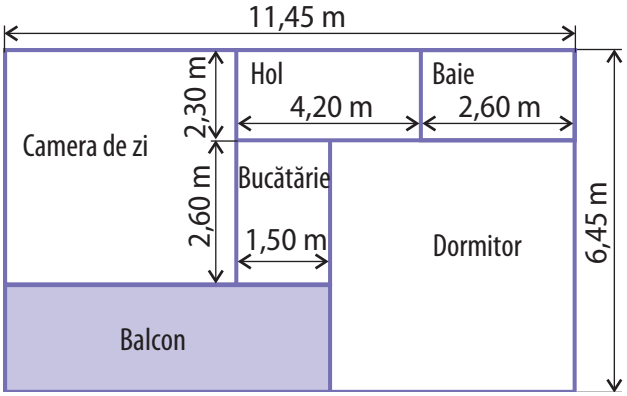
8. Andra are o foaie de hârtie A4, despre care știe că are dimensiunile de 21 cm și 29,7 cm. Ea îndoaie foaia de hârtie așa cum se arată în imaginile alăturate și ar vrea să știe lungimile unor segmente ce apar astfel, fără să le măsoare cu rigla.





a) Ce dimensiune are segmentul marcat cu x?
b) Dar segmentul marcat cu y (obținut după două îndoiri)?

9. Observă schema apartamentului, apoi determină dimensiunile balconului.



Alege și rezolvă în 5 minute!

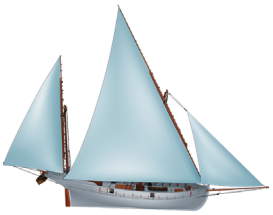
A
1. Calculează și verifică prin probă: 23,46 + 125,37
2. Estimează 254,16 – 99,5 rotunjind numerele la cel mai apropiat întreg.

B
1. Află numărul care verifică relația: ? + 12,46 = 200.
2. Estimează rezultatul rotunjind numerele la cea mai apropiată sută: 2546,125 – 900,58.

C
1. Află trei numere care verifică relația: ? – 20,67 < 58,3.
2. Estimează rezultatul rotunjind numerele la cea mai apropiată sutime: 1,1025 – 0,986.

Înmulțirea numerelor zecimale cu numere naturale

Cum înmulțim un număr zecimal cu 10^n, n număr natural?

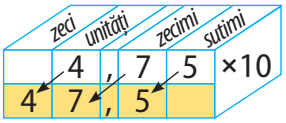


Macheta unei bărci construite de Dan are lungimea de 4,75 dm. Ce lungime are barca după care a fost făcută macheta, dacă este de 10 ori mai lungă?

Rezolvare: Lungimea bărcii este $10 \cdot 4{,}75$ dm.

Să observăm:

$10 \cdot 4{,}75 = 10 \cdot \frac{475}{100}$. Deci $10 \cdot 4{,}75$ dm $= 47{,}5$ dm.



Liza: E ca și cum am „împinge" numărul spre stânga.
Tic: S-a schimbat doar poziția virgulei.
Geo: Cum procedăm oare la înmulțirea cu 100?
Ana: Știu! Înseamnă să înmulțim cu 10, apoi din nou cu 10.

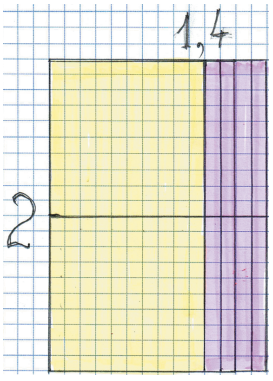
$0{,}057 \cdot 100 = 5{,}7$

$2{,}9 \cdot 1000 = 2{,}9000 \cdot 1000 = 2900.$

Este important să știm: Produsul dintre un număr zecimal și 10^n, n număr natural, se efectuează mutând virgula spre dreapta peste n cifre (adăugând, dacă este cazul, cifre de 0 la numărul inițial).

Calculează: $3{,}68 \cdot 10$; $0{,}057 \cdot 100$; $2{,}9 \cdot 1000$.

Cum înmulțim un număr zecimal cu un număr natural?



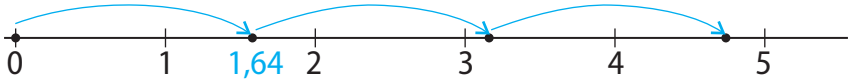
$2 \cdot 1{,}4 = 2 \cdot (1 + 0{,}4) =$
$= 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0{,}4 =$
$= 2 + 0{,}8 = 2{,}8.$

Elevii au încercat să descopere o regulă pentru a calcula $1{,}64 \times 3$. Iată cum au procedat:

Ema: Am folosit adunarea repetată: $1{,}64 \times 3 = 1{,}64 + 1{,}64 + 1{,}64 = 4{,}92$.

Geo: Am transformat în fracție: $1{,}64 \times 3 = \frac{164}{100} \times 3 = \frac{492}{100} = 4{,}92$.

Tic: Eu am încercat să folosesc axa numerelor:



Mati a observat cu atenție rezolvarea lui Geo și a formulat regula:

Înmulțim 164 × 3, iar la rezultat despărțim prin virgulă două zecimale.

Este important să știm: Pentru a înmulți un număr zecimal cu un număr natural, procedăm astfel:

1. Înmulțim numerele considerându-le numere naturale, fără a ține cont de virgulă.
2. Scriem virgula la rezultat după atâtea cifre, numărate de la dreapta spre stânga, câte cifre are după virgulă numărul zecimal dat.

$0{,}25 \times 34$
100
75
850

$0{,}25 \times 34$
100
75
$8{,}50$

i Produsul dintre zero și orice număr zecimal este zero.

Calculează prin adunare repetată, apoi folosind regula: $12{,}34 \times 4$ *și* $0{,}76 \times 3$.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează mintal:

a) $7{,}8 \cdot 10$; **b)** $25{,}06 \cdot 10$; **c)** $0{,}052 \cdot 100$;

d) $1{,}7 \cdot 3$; **e)** $1{,}2 \cdot 4$; **f)** $2 \cdot 4{,}5$;

g) $6{,}8 \cdot 5$; **h)** $10{,}5 \cdot 6$; **i)** $0{,}3 \cdot 0{,}2$.

2. Află numărul de 100 de ori mai mare ca:
0,5; 0,05; 0,50; 0,005; 0,0005.

3. a) Un pachet de orez costă 4,56 lei. Cât costă 12 pachete de orez?

b) Un ou costă 0,75 lei. Cât costă un carton cu 30 de ouă?

4. Efectuează: $1{,}475 \times 10$; $2{,}309 \times 100$.

5. Calculează următoarele sume:

$S_1 = 4{,}8 + 4{,}8 + 4{,}8 + 4{,}8 + 4{,}8$;

$S_2 = \underbrace{1{,}5 + 1{,}5 + \ldots + 1{,}5}_{\text{18 termeni}}$;

$S_3 = \underbrace{0{,}75 + 0{,}75 + \ldots + 0{,}75}_{\text{100 termeni}}$.

6. Un metru de panglică costă 0,85 lei. Cât costă 15 metri de panglică?

7. Viteza medie a unui tren este de 65,7 km/oră. Ce distață parcurge după 4 ore de mers?

8. Robinetul are debit constant de 1,3 litri pe minut. Câtă apă poți strânge în 15 minute?

9. Completează cu numere potrivite:

a) $\underbrace{(10 + 10 + \ldots + 10)}_{\text{10 termeni}} \cdot 5{,}6 = \boxed{?} \cdot \underbrace{(10 + 10 + \ldots + 10)}_{\text{100 termeni}}$

b) $\underbrace{(3 + 3 + \ldots + 3)}_{\text{10 termeni}} \cdot \boxed{?} = \boxed{?} \cdot \underbrace{(3 + 3 + \ldots + 3)}_{\text{100 termeni}}$

10. Pentru următoarele relații, înlocuiește x și y cu numere potrivite; alege x număr natural.

a) $x + y = 1$; **b)** $x - y = 1$; **c)** $x \cdot y = 0{,}1$;

d) $x + y = 1{,}1$; **e)** $x - y = 0{,}1$; **f)** $x \cdot y = 2{,}3$.

- Câte soluții există în fiecare caz?

11. Pentru o porție de plăcintă, se folosesc 0,25 kg făină și 0,15 kg zahăr. Câtă făină și cât zahăr se vor consuma pentru 6 porții de plăcintă?

12. Calculează $0{,}472 \cdot 3149 \cdot 0$.

13. Într-o cutie încap 5,8 kg de mere. Câte kilograme de mere încap în 6 cutii de același fel?

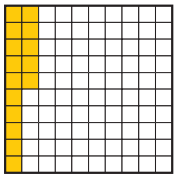
14. Un tablou de formă pătrată are latura de 0,45 m. Care este lungimea minimă a baghetei din care se confecționează rama tabloului?

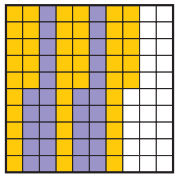
15. a) Elevii au calculat $0{,}15 \cdot 5$.

Ana: Eu folosesc adunarea repetată:

$0{,}15 \cdot 5 = 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 + 0{,}15 = 0{,}75$.

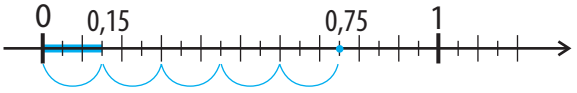
Geo: Eu folosesc reprezentarea prin desen:





$0{,}15 = 15$ sutimi $0{,}15 \cdot 5 = 75$ sutimi $= 0{,}75$

Liza: Eu folosesc reprezentarea pe axă.



b) Procedează la fel pentru a calcula $0{,}25 \cdot 3$.

16. Calculează: $3{,}17 \cdot 1$; $3{,}17 \cdot 0$; $3{,}17 \cdot 10$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

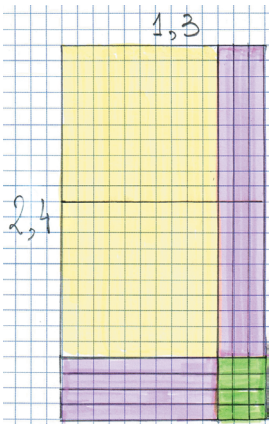
A Află numărul de 35 de ori mai mare decât 4,31.

B Calculează $3{,}207 \cdot 4$ și $3{,}207 \cdot 8$. Ce relație există între rezultatele obținute?

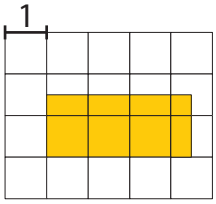
C Scrie numărul 0,012 ca produsul dintre un număr natural și un număr zecimal. Află două soluții.

Q Înmulțirea numerelor zecimale. Estimări

Cum înmulțim două numere zecimale?



$2,4 \cdot 1,3 = 3,12$



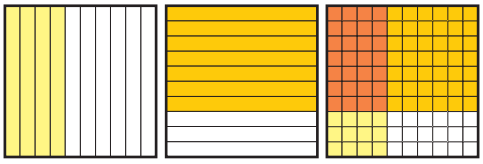
Dreptunghiul colorat din imagine are laturile de lungime $\frac{3}{2}$ și $\frac{7}{2}$.

Suprafața dreptunghiului este acoperită de 21 de sferturi din pătratele rețelei. De aceea:

$\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{4}$.

Altfel scris: $1,5 \cdot 3,5 = 5,25$.

Folosim desene pentru a calcula produsul unor numere zecimale:



0,4	0,7	$0,4 \times 0,7$
4 zecimi	7 zecimi	28 sutimi

Deci $0,4 \cdot 0,7 = 0,28$

Verificăm acest calcul folosind operații cu fracții:

$0,4 \cdot 0,7 = \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{28}{100} = 0,28.$

În general: Pentru a înmulți două numere zecimale:

1. Înmulțim numerele, considerându-le numere naturale, fără a ține cont de virgulă;
2. Punem virgula la rezultat după atâtea cifre, numărate de la dreapta spre stânga, câte zecimale au în total cei doi factori.

$$\begin{array}{r} 10,05 \times \\ 6,4 \\ \hline 4020 \\ 6030 \\ \hline 64320 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10,05 \times \\ 6,4 \\ \hline 4020 \\ 6030 \\ \hline 64,320 \end{array}$$

Aplică regula și calculează $10,05 \cdot 6,4$.

Cum estimăm rezultatul unei înmulțiri?

- Pentru orele de croitorie, Irina și cele șapte colege ale ei au nevoie de câte 0,28 m de pânză. Câți metri de pânză le trebuie celor opt fete?

Rezolvare: Pentru a estima lungimea pânzei, aproximăm numerele prin adaos.

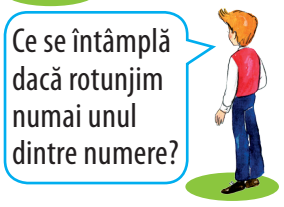
$0,28 \rightsquigarrow 0,3$ (rotunjim la cea mai apropiată zecime);

$8 \rightsquigarrow 10$ (rotunjim la cea mai apropiată zece).

produsul $\rightsquigarrow 3$

Sunt necesari aproximativ 3 m de pânză.





- Putem estima corectitudinea înmulțirii a două numere zecimale, verificând numărul de zecimale ale produsului obținut.

Comentează dialogurile:

Ema: Este corect calculul: $3,4 \cdot 0,11 = 3,54$?

Tic: Sigur nu! Rezultatul trebuie să aibă 3 zecimale.

Mati: Atenție! Calculul $0,4 \cdot 0,25 = 0,1$ este totuși corect!

Folosește rotunjiri pentru a elimina rapid răspunsurile incorecte:

$5,24 \cdot 8,35 = ?$ 28,754 45,754 89,754

Exersăm, învățăm!

1. Calculează: $5{,}447 \times 0{,}1$; $4{,}681 \times 0{,}01$.

2. Efectuează:

a) $0{,}5 \cdot 0{,}28$; **b)** $17{,}5 \cdot 1{,}03$;

c) $4{,}08 \cdot 1{,}05$; **d)** $1{,}8 \cdot 0{,}11$; **e)** $0{,}25 \cdot 5{,}01$.

3. Folosind proprietățile înmulțirii, calculează cât mai simplu:

a) $4{,}8 \cdot 12{,}09 \cdot 0$; **b)** $5 \cdot 11{,}2 \cdot 2$;

c) $0{,}04 \cdot 13{,}26 \cdot 25$; **d)** $0{,}2 \cdot 3{,}6 \cdot 0{,}5$.

4. Folosește calcule cu fracții pentru a efectua: $12{,}4 \cdot 3{,}8$ și $0{,}25 \cdot 1{,}4$. Verifică rezultatele obținute, aplicând regula de înmulțire.

5. Știm că $2{,}46 = 2{,}460$.
Cum influențează această egalitate produsul numerelor zecimale?
Efectuează $2{,}46 \cdot 3{,}8$ și $2{,}460 \cdot 3{,}8$.
Compară modul de calcul, apoi formulează un răspuns.

6. Află numărul:

a) de 100 de ori mai mare decât 0,5.

b) de 35 de ori mai mare decât 0,075.

7. Calculează în două moduri:

a) $4{,}8 \cdot 10 + 4{,}8 \cdot 1{,}2$;

b) $2{,}7 \cdot (1{,}8 + 0{,}2)$;

c) $0{,}4 \cdot 0{,}5 - 0{,}4 \cdot 0{,}25$;

d) $(15{,}08 - 13{,}92) \cdot 0{,}42$.

Indicație: Folosim egalitatea:
$1{,}3 \cdot 7 + 1{,}3 \cdot 0{,}5 = 1{,}3 \cdot (7 + 0{,}5)$

8. Calculează distanța parcursă de o mașină în 2 ore și 15 minute, dacă viteza medie indicată de computerul de bord a fost de 86,52 km pe oră.

9. Pe eticheta afișată în magazin, în dreptul unui produs, scrie:



Brânză proaspătă	
500 g	**5,39 lei**
Preț/kg:	10,78 lei

a) Explică modul în care a fost calculat prețul pe kilogram.

b) Calculează cât costă 2,5 kg din acest produs, rotunjind rezultatul.

10. Un metru de stofă costă 51,65 lei.
Cât costă 1,75 metri de stofă?

11. Litrul de benzină costă 4,60 lei. Cât a plătit domnul Popescu pentru cei 36,7 litri cu care a umplut rezervorul mașinii?

12. Observă etichetele de prețuri:



PIERSICI	**MERE**
Preț/kg: **4,99 lei**	Preț/kg: **2,39 lei**

a) Exprimă cu două zecimale:
- Cât costă 1,35 kg de piersici?
- Cât costă 4,75 kg de mere?

b) Ștefan cumpără 1,85 kg de piersici și 7,2 kg de mere. Estimează dacă îi ajung 50 lei pentru a achita produsele.

13. Geo are 10 lei și vrea să cumpere jumătate de kilogram de fursecuri. El a notat diferite prețuri. Ajută-l pe Geo, estimând care dintre rezultate sunt mai mici decât 10. Verifică apoi prin calcul exact estimarea făcută.

a) 20,5 lei · 0,5 Kg; **b)** 19,5 lei · 0,5 Kg;
c) 19,75 lei · 0,5 Kg.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $24{,}35 \cdot 10$; $24{,}36 \cdot 13$; $24{,}36 \cdot 1{,}3$.

B Efectuează în două moduri: $10{,}5 \cdot 2{,}3 - 10{,}5 \cdot 0{,}75$.

C Efectuează în două moduri: $2{,}7 \cdot 1{,}5 + 2{,}7 \cdot 1{,}35 - 2{,}7$.

Puteri. Ordinea operațiilor cu numere zecimale

Cum calculăm puteri ale unui număr zecimal?

Să comparăm:

Am învățat să calculăm puteri ale numerelor naturale sau fracționare:

$2^4 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ factori}} = 16$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}_{4 \text{ factori}} = \frac{16}{81}$.

Cum calculăm puterea a patra a numărului zecimal 1,2?

Tic: Ar trebui să folosim aceeași definiție: $1{,}2^4 = 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2 = 2{,}0736$.

Este important să știm: Puterea a n-a a unui număr zecimal ($n \neq 0$) este produsul a n factori egali cu numărul dat.

Calculează $(0{,}1)^3$ *și* $(1{,}1)^3$.

$1{,}2^0 = 1$;
$1{,}2^1 = 1{,}2$.

Uneori scriem $(1{,}2)^4$ pentru a evidenția exponentul.

Ce reguli folosim în calculul cu puteri de numere zecimale?

Regulile de calcul cu puteri pentru numerele zecimale sunt aceleași ca și în cazul puterilor numerelor naturale.

Exemple: $0{,}1^7 \cdot 0{,}1^3 = \underbrace{0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot \ldots \cdot 0{,}1}_{7 \text{ factori}} \cdot \underbrace{0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1}_{3 \text{ factori}} = \underbrace{0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot \ldots \cdot 0{,}1}_{10 \text{ factori}} = 0{,}1^{7+3}$

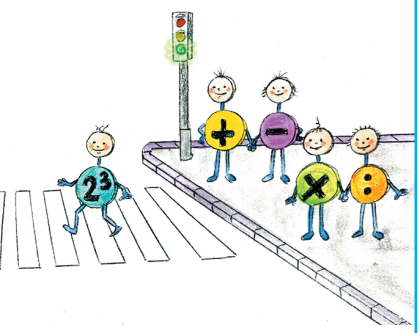
$(0{,}1^3)^2 = \underbrace{(0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1)^2}_{3 \text{ factori}} = \underbrace{(0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1) \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1)}_{6 \text{ factori}} = 0{,}1^6 = 0{,}1^{3 \cdot 2}$

$(0{,}1 \cdot 0{,}2)^4 = (0{,}1 \cdot 0{,}2) \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}2) \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}2) \cdot (0{,}1 \cdot 0{,}2) = 0{,}1^4 \cdot 0{,}2^4$

În general: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$; $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$
pentru a și b numere zecimale, m și n numere naturale.

Calculează în două moduri $(0{,}1 \cdot 10)^2$.

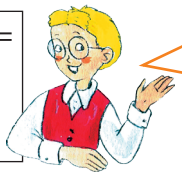
Ce priorități există în calculele cu numere zecimale?



Între adunare și înmulțire, are prioritate înmulțirea! De ce?



$2{,}3 + 4 \cdot 3{,}5 =$
$= 2{,}3 + 14 =$
$= 16{,}3.$



Pentru că înmulțirea este o operație „compusă", fiind o adunare repetată!

Între înmulțire și ridicare la putere, are prioritate ridicarea la putere! De ce?



$8 \cdot 1{,}2^2 =$
$= 8 \cdot 1{,}44 =$
$= 11{,}52$



Pentru că ridicarea la putere este o înmulțire repetată!

Este important să știm: Într-un exercițiu fără paranteze, efectuăm mai întâi ridicările la putere, apoi înmulțirile, iar în final adunările și scăderile, în ordinea scrierii lor.

Precizează ordinea operațiilor, apoi calculează: $3{,}5 + 0{,}1^2 \cdot 2{,}7 - 1{,}3$.

Exersăm, învățăm!

1. Completează tabelul:

Baza \ Exponentul	0	1	2	3
0,5				
1,4				
2,3				

2. Scrie numărul 0,64 ca produs de două numere și, apoi, ca putere.

3. Scrie numărul 0,0001 ca putere:

a) cu exponentul 2;

b) cu exponentul 4;

c) cu exponentul 1.

4. Calculează:

a) $1,3^2$; **b)** $0,3^2$; **c)** $0,5^0$; **d)** $2,7^1$.

5. Care dintre următoarele înseamnă $(0,25 + 1,3)^2$?

a) $0,25^2 + 1,3^2$;

b) $(0,25 + 1,3) \cdot (1,3 - 0,25)$;

c) $(0,25 + 1,3) \cdot (0,25 + 1,3)$;

d) $1,55^2$.

6. **a)** Arată că $0,2^3 = 0,008$.

b) Scrie ca putere cu baza 0,2 numărul $0,008^5 \cdot 0,04^5 \cdot 0,2^5$.

7. Scrie mai simplu:

a) $12,7 + 12,7 + 12,7$;

b) $12,7 \cdot 12,7 \cdot 12,7$.

8. Completează pe caietul tău spațiile libere:

a) $3,4 \cdot 0,1 + 0,2^3 = \ldots$

b) $12,83 + 17 \cdot 0,1^2 = \ldots$

9. *Scrierea științifică a numerelor*

Formatul științific reprezintă o modalitate de reprezentare a numerelor foarte mari, astfel încât să fie evidențiat ordinul de mărime.

De exemplu, numărul 234,57 se scrie în format științific: $2,3457 \times 10^2$.

Mai general, formatul științific este o reprezentare de tipul $a \times 10^n$, unde a („mantisa") este un număr zecimal cuprins între 1 și 10, iar n („exponentul") este un număr natural.

Exprimă în format științific:

a) 2147,15; **b)** 12415809,3;

c) 2499800; **d)** 100.

10. Scrie numărul acestei pagini ca o putere a lui 5. Dacă n este exponentul acestei puteri, calculează $(0,4)^n$.

11. Calculează în două moduri:

a) $(0,2)^2 \cdot 5^2$ **b)** $(0,5)^3 \cdot 2^3$

c) $(0,25)^2 \cdot 2^4$ **d)** $(0,02)^3 \cdot 5^3$

12. Asociază numerele din stânga cu rezultatele din coloana din dreapta.

$(0,2)^2$	0,6
	0,04
$(0,2)^3$	0
	1
$(0,2)^0$	0,4
	0,2
$(0,2)^1$	0,008

13. Află numărul natural n dacă $(0,5)^n = 0,0625$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează: $(0,2)^3$ și $(1,3)^2$.

B Aplică regulile de calcul pentru a efectua: $(2,3)^{50} : (2,3)^{48}$.

C Aplică regulile de calcul pentru a efectua: $(0,1)^2$ și $(0,1)^3$, apoi $(0,1)^{100}$.

Împărțirea cu virgulă a numerelor naturale

Cum scriem ca număr zecimal rezultatul împărțirii?



1. 27 de copii vor să se plimbe cu barca pe lac. Care este numărul minim de bărci închiriate, dacă în fiecare barcă pot sta cel mult 4 copii?

$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ 24 & 6 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Câtul trebuie rotunjit în plus!

Răspuns: 7 bărci.

2. S-au adus 211 caiete pentru 70 de elevi. Câte caiete primește fiecare, dacă ele se distribuie în mod egal?

$$\begin{array}{r|l} 211 & 70 \\ 210 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Restul împărțirii se neglijează!

Răspuns: 3 caiete.

3. Un meci de fotbal durează 90 de minute. Câte ore înseamnă aceasta?

$$\begin{array}{r|l} 90 & 60 \\ 60 & 1 \\ \hline 30 & \end{array}$$

Câtul se scrie ca fracție!

Răspuns: $1\frac{1}{2}$ h (o oră și jumătate).

4. Un motociclist a parcurs 243 km în 4 ore. Cu ce viteză medie s-a deplasat (în km/h)?

$243 : 4 = \overset{25)}{\frac{243}{4}} = \frac{6075}{100} = 60{,}75$

Câtul este un număr zecimal!

Răspuns: 60,75 km/h.

Este important să știm:

Pentru a împărți două numere naturale, procedăm astfel: $79 : 50 = ?$

1. efectuăm împărțirea celor două numere. Obținem un cât și un rest, care sunt numere naturale.

$$\begin{array}{r|l} 79 & 50 \\ 50 & 1 \\ \hline 29 & \end{array}$$

Dacă dorim să continuăm împărțirea:

2. punem virgulă după deîmpărțit și după cât;
3. scriem zero după rest;
4. continuăm cu împărțirea restului la împărțitor, trecând rezultatul după virgulă.

$$\begin{array}{r|l} 79,0 & 50 \\ 50 & 1, \\ \hline 290 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 79,00 & 50 \\ 50 & 1,58 \\ \hline 290 & \\ 250 & \\ \hline 400 & \\ 400 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Deci $79 : 50 = 1{,}58$



Exemplu: $1209 : 250 = ?$

Observă calculele!

$$\begin{array}{r|l} 1209 & 250 \\ 1000 & 4 \\ \hline =209 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1209{,}0 & 250 \\ 1000 & 4{,}8 \\ \hline =2090 & \\ 2000 & \\ \hline ==90 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1209{,}00 & 250 \\ 1000 & 4{,}83 \\ \hline =2090 & \\ 2000 & \\ \hline ==900 & \\ 750 & \\ \hline 150 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1209{,}000 & 250 \\ 1000 & 4{,}836 \\ \hline =2090 & \\ 2000 & \\ \hline ==900 & \\ 750 & \\ \hline 1500 & \\ 1500 & \\ \hline ==== & \end{array}$$

Deci $1209 : 250 = 4{,}836$.

Calculează câtul și restul împărțirii lui 183 la 20. Continuă apoi împărțirea și scrie rezultatul ca număr zecimal.

Ce situații pot să apară la împărțire?

125 : 33 = ?

$$\begin{array}{r|l} 125 & 33 \\ \underline{99} & 3{,}7878\ldots \\ 260 & \\ \underline{231} & \\ 290 & \\ \underline{264} & \\ 260 & \\ \underline{231} & \\ 290 & \\ \underline{264} & \\ 26 & \end{array}$$

Iată o situație ciudată!
Restul obținut la un moment dat se repetă, iar cifrele de la cât reapar în aceeași succesiune.
Împărțirea nu se mai termină!



Proba: $3{,}7878 \cdot 33 + 0{,}0026 = 125$

La o împărțire sunt două posibilități:
1. la o anumită etapă se obține restul zero, iar câtul este un număr zecimal;
2. deoarece restul nu poate depăși împărțitorul, un același rest se repetă periodic, iar împărțirea nu se mai sfârșește! În acest caz, putem utiliza rotunjiri ale câtului.

Efectuează împărțirile și precizează dacă la cât se obțin după virgulă un număr finit de zecimale sau o infinitate de zecimale: 32 : 6; 526 : 45; 78 : 12.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează în minte:
a) 4 : 2; **b)** 2 : 4; **c)** 6 : 5; **d)** 3 : 15.

2. **a)** Calculează câtul și restul împărțirii lui:
17 la 5; 186 la 12; 429 la 40.
b) Scrie ca număr zecimal rezultatele:
17 : 5; 186 : 12; 429 : 40.

3. Geo a calculat 13 : 4 = 3,25.
a) Verifică prin înmulțire dacă Geo a efectuat corect calculul.
b) Folosește rezultatul lui Geo pentru a calcula: 130 : 4; 13 : 2; 26 : 4.

4. Completează ? cu cifrele care lipsesc.
a) 513 : 15 = 34,?
b) 43 : 25 = 1,7?
c) ?7 : 18 = 1,5.

5. **a)** Calculează 1 : 5 și 1 : 25.
b) Folosește calculele anterioare pentru a scrie direct rezultatul pentru 2 : 5 și 3 : 25.

6. Transformă în număr zecimal fracția $\frac{15}{6}$, apoi împarte cu virgulă 15 la 6.
Explică ce observi.

7. Efectuează împărțirile și precizează dacă la rezultat se obțin după virgulă un număr finit de zecimale sau o infinitate de zecimale.
a) 45 : 60 = ; **b)** 372 : 18 = ; **c)** 312 : 21 = .

8. Calculează rezultatele, oprind două zecimale după virgulă:
a) 11 : 6 = ; **b)** 101 : 6 = ; **c)** 1001 : 6 = .

9. Alege răspunsul corect! 125 : 33 = …
a) 3; **b)** 3,7; **c)** 3,787878…; **d)** 92.

Alege și rezolvă în 5 minute!

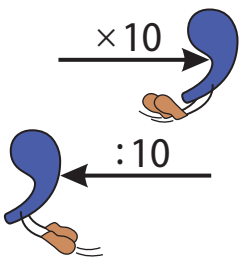
A Calculează câtul și restul împărțirii lui 77 la 50. Continuă împărțirea și scrie rezultatul ca număr zecimal.

B Scrie ca număr zecimal rezultatul împărțirii lui 3147 la 75.

C Scrie ca numere zecimale 23 : 5 și 2 : 5.
Explică de ce suma acestor numere este un număr natural.

Împărțirea numerelor zecimale la numere naturale

Cum împărțim numere zecimale la 10, 100, 1000?



Să comparăm:

- Când înmulțim un număr zecimal cu 100, mutăm virgula cu două zecimale *spre dreapta*: $31{,}485 \cdot 100 = 3148{,}5$
- Cum împărțim un număr zecimal la 100?
  Împărțirea este operația inversă înmulțirii.

$$31{,}485 \xrightarrow{\times 100} 3148{,}5 \xrightarrow{:100} 31{,}485$$

Deci $3148{,}5 : 100 = 31{,}485$.

Este important să știm: Pentru a împărți un număr zecimal la o putere a lui 10, deplasăm virgula spre stânga cu un număr de zecimale egal cu exponentul lui 10.

Exemplu: $2{,}5 : 10 = 0{,}25$; $0{,}25 : 10 = 0{,}025$.

Calculează: $23{,}48 : 10$; $23{,}48 : 100$; $23{,}48 : 1000$.

Cum împărțim numere zecimale la numere naturale?

Lungimea unui dreptunghi este de 65,73 m, iar lățimea sa este de trei ori mai mică decât lungimea. Care este lățimea dreptunghiului?

Rezolvare:

Lățimea în metri este $65{,}73 : 3 = x$.

Să observăm:

$$3 \cdot x = 65{,}73 \quad | \cdot 100$$
$$3 \cdot x \cdot 100 = 6573 \quad | :3$$
$$x \cdot 100 = 2191$$
$$x = \frac{2191}{100} = 21{,}91$$

65,73 | 3
6 | 21,91
5
3
27
27
3
3
0

Este important să știm:
Pentru a împărți un număr zecimal la un număr natural, procedăm astfel:

1. împărțim mai întâi partea întreagă la numărul dat și scriem virgula la cât;
2. continuăm împărțirea ca la numere naturale, fără a ține cont de virgulă, adăugând, eventual, cifre de 0 la deîmpărțit.

149,2 : 4 = ?

149,2 | 4
12 | 37,
29
28
1

149,2 | 4
12 | 37,3
29
28
12
12
0

De exemplu:

125,3 | 4
12 | 31,...
==5
4
1

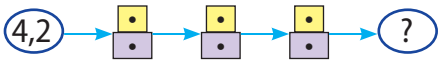
Continuă împărțirea de mai sus.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează în minte:
a) 2 : 5; **b)** 3 : 2; **c)** 17 : 4; **d)** 26 : 20.

2. Citește regula, apoi calculează:
a) 24,57 : 10; **b)** 24,57 : 100; **c)** 24,57 : 1000.

3. Roboțelul efectuează doar împărțirea la 10. Ce număr obținem?



4. Calculează:
2,51 × 10; 23,5 : 10; 5,03 : 100.

5. Un bax cu 6 sticle de ulei costă 35,10 lei. Cât costă o sticlă de ulei?

6. Lăsând robinetul deschis, în 4 minute s-au strâns 10,5 ℓ de apă. Ce debit (litri/minut) are robinetul?

7. Efectuează: 46,5 : 15; 30,72 : 12; 40,59 : 18.

8. Calculează cu două zecimale exacte:
a) 43 : 13; **b)** 17,25 : 12; **c)** 46,7 : 6.

9. Completează pe caietul tău tabelul.

:	10	15	20	24
3,72	0,372	?	?	?
15,06	?	?	?	?

10. O cutie cu 50 de pixuri costă 44,50 lei. Cât costă un singur pix? Dar 20 de pixuri din această cutie?

11. **a)** Estimează câtul împărțirii 560,832 : 96 rotunjind numerele la zeci.
b) Calculează 560,832 : 96 și verifică rezultatul obținut, prin înmulțire.
c) Calculează diferența dintre estimare și rezultatul exact.

12. Folosind calculatorul de buzunar, Tic a aflat rezultatul: 181,17 : 45 = 4,026.
Pentru fiecare calcul de mai jos scrie direct rezultatul, apoi verifică dacă este corect:
a) 1811,7 : 45 = **b)** 181,17 : 450 =

13. Mati a inventat următoarea „regulă”:

128 : 5 = ?
128 × 2 = 256
256 : 10 = 25,6
Deci 128 : 5 = 25,6.

a) Verifică dacă Mati are dreptate.
b) Aplică și tu „regula” pentru a calcula 213 : 5 și 4108 : 5.

14. Liza a calculat 0,25 : 0,6, dar a constatat că această împărțire nu se termină:

2,5000 | 6
24 | 0,4166…
10
6
40
36
40
36
4



Pentru a verifica dacă a calculat corect, Liza a folosit egalitățile:
2,5 = 6 · 0,4 + 0,1, deci 0,25 = 0,6 · 0,4 + 0,01
2,5 = 6 · 0,41 + 0,04, deci 0,25 = 0,6 · 0,41 + 0,004
2,5 = 6 · 0,416 + 0,004,
deci 0,25 = 0,6 · 0,416 + 0,0004
2,5 = 6 · 0,4166 + 0,0004,
deci 0,25 = 0,6 · 0,4166 + 0,00004

a) Verifică toate egalitățile de mai sus;
b) Explică cum a procedat Liza pentru a scrie aceste egalități;
c) Calculează 0,13 : 1,2, apoi scrie câteva egalități prin care verifici calculele.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Un bax cu 6 sticle de apă minerală costă 7,50 lei. Cât costă o sticlă?

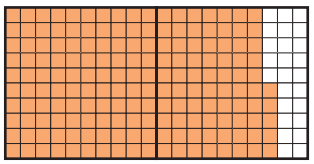
B O cutie cu 70 de artificii costă 24,5 lei. Cât costă 10 artificii?

C Geo a cumpărat un set de 5 cutii cu CD-uri, care a costat 25,20 lei. Cât costă un CD, dacă fiecare cutie conține 12 CD-uri?

Împărțirea numerelor zecimale

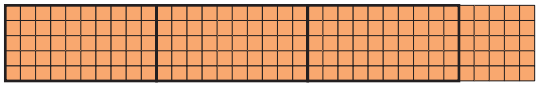
Cum împărțim două numere zecimale?

$1{,}75 : 0{,}5 = ?$



În desenul alăturat, fiecare pătrat (considerat unitate) este format din câte 100 de pătrățele. Trebuie să distribuim pătrățelele suprafeței colorate astfel încât să acopere un dreptunghi cu lățimea 0,5.

Pentru a afla numărul de pătrățele așezate pe lungime, calculăm $175 : 5 = 35$. Ele reprezintă 3 întregi și 5 zecimi, adică 3,5.



Deci $1{,}75 : 0{,}5 = 17{,}5 : 5 = 3{,}5$

Proba: $3{,}5 \cdot 0{,}5 = 1{,}75$.

Efectuăm același calcul și altfel:

$1{,}75 : 0{,}5 = \frac{175}{100} : \frac{5}{10} = \frac{175}{100} \cdot \frac{10}{5} = 3{,}5$

Este important să știm:

Pentru a împărți două numere zecimale care au după virgulă un număr finit de cifre nenule, procedăm astfel:

1. înmulțim atât deîmpărțitul, cât și împărțitorul cu o putere a lui 10, pentru ca împărțitorul să devină număr natural;
2. împărțim noul deîmpărțit la noul împărțitor conform regulii de împărțire a numerelor zecimale la numere naturale.

$1{,}25 : 0{,}5 = 12{,}5 : 5$

$$\begin{array}{r|l} 12{,}5 & 5 \\ \hline 10 & 2{,}5 \\ \hline 25 & \\ 25 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Deci $1{,}25 : 0{,}5 = 2{,}5$.

Efectuează: $2{,}5 : 2{,}5$; $10{,}25 : 0{,}5$; $0{,}75 : 0{,}8$; $0{,}3 : 0{,}02$.

Ce situații pot să apară la împărțire?

Am văzut că $1{,}75 : 0{,}5 = 3{,}5$. În acest caz, împărțirea „se termină”.

Să observăm:

Pentru a efectua calculele, „mutăm virgula”!

$0{,}2 : 0{,}3 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 2{,}000\ldots & 3 \\ \hline 18 & 0{,}666\ldots \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 20 & \\ 18 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Obținem $0{,}2 : 0{,}3 = 0{,}666\ldots$

$2{,}5 : 0{,}6 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 25{,}000\ldots & 6 \\ \hline 24 & 4{,}166\ldots \\ \hline 10 & \\ 6 & \\ \hline 40 & \\ 36 & \\ \hline 40 & \\ 36 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

Obținem $2{,}5 : 0{,}6 = 4{,}166\ldots$

În ambele cazuri, împărțirea nu se mai sfârșește, deoarece, la fiecare pas, restul este nenul. În acest caz, putem utiliza trunchieri ale câtului (precizând câteva zecimale exacte ale acestuia).

De exemplu: $0{,}2 : 0{,}3 \approx 0{,}66$.

Calculează cu trei zecimale exacte: $5 : 0{,}3$; $25 : 1{,}8$; $0{,}04 : 2{,}5$.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează:

2,4 : 0,1; 2,4 : 0,2; 2,4 : 0,3;
2,4 : 0,4; 2,4 : 0,5; 2,4 : 0,6.

2. În care dintre următoarele cazuri, împărțirea „nu se termină”?

a) 2,5 : 0,3; **b)** 0,25 : 0,5; **c)** 25 : 6.

3. **a)** Efectuează calculele și arată că 3,4 : 25 = 34 : 250.

b) Explică de ce are loc egalitatea de mai sus.

4. **a)** Explică printr-un desen de ce 0,75 : 0,5 = 1,5.

b) Aplică regula de împărțire și verifică egalitatea anterioară.

c) Utilizează proba împărțirii prin înmulțire și prin împărțire pentru a verifica altfel rezultatul de mai sus.

5. Calculează:

a) 2,4 : 3 = … **b)** 2,4 : 0,6 = …
c) 2,4 : 0,18 = … **d)** 2,4 : 9,6 = …

6. Calculează:

a) 44,75 : 9 = … **b)** 2,45 : 1,3 = …
c) 32,69 : 1,4 = … **d)** 245,817 : 1,8 = …

7. La călătoria cu taxiul, prețul este de 1,4 lei/km. Domnul Popescu a plătit 21 lei pentru o călătorie. Câți kilometri a mers cu taxiul?

8. Când se execută loviturile libere la fotbal, „zidul” trebuie să fie la 9,15 metri de locul în care se află mingea. Arbitrul știe că lungimea pasului său este de aproximativ 0,65 m. Câți pași trebuie să facă arbitrul, pentru a indica poziția zidului?

9. Liza a inventat următoarea „regulă”:

31,4 : 25 = ?
31,4 × 4 = 125,6
125,6 : 100 = 1,256
Deci 31,4 : 25 = 1,256.

a) Efectuează toate calculele din exemplul de mai sus și verifică dacă sunt corecte.

b) Explică de ce Liza are dreptate!

c) Aplică regula descoperită de Liza pentru a calcula:
281,32 : 2,5; 38,154 : 250.

10. Iată cum au procedat elevii pentru a calcula 31,24 : 0,5.

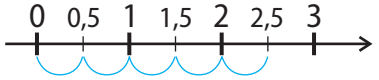
Ana: Am mutat virgula peste o cifră pentru ca împărțitorul să devină număr natural:
31,24 : 0,5 = 312,4 : 5

Geo: Am mutat virgula peste două cifre, pentru ca ambele numere să devină numere naturale:
31,24 : 0,5 = 3124 : 50

Mati: Eu am înmulțit cu 2:
31,24 : 0,5 = 31,24 · 2

• Efectuează și tu calculele indicate de cei trei copii. Ce constați? Explică!

11. Observă modul în care a calculat Tic 2,5 : 0,5.



2,5 : 0,5 = 5

a) Verifică prin calcul rezultatul lui Tic;

b) Propune un exercițiu asemănător.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează:
2,4 : 0,18 și 2,4 : 9,6.

B La PECO, un litru de benzină costă 4,85 lei. Câți litri de benzină primește un șofer pentru 100 de lei? (Rotunjește rezultatul la ordinul sutimilor.)

C Un turist vrea să cumpere coroane daneze de la bancă. Cursul de schimb este: 1 Euro = 4,45 lei = 7,44 coroane. Câte coroane daneze va primi pentru 100 de lei?

Q Numere zecimale periodice

Ce sunt numerele zecimale periodice?



Modelele decorative sunt obținute prin repetarea periodică a unui element.

Să observăm:

$0{,}2 : 0{,}3 = 0{,}666\ldots$ $\qquad$ $2{,}5 : 0{,}6 = 4{,}166\ldots$

În ambele cazuri, la rezultat se repetă la nesfârșit cifra 6, după virgulă. Spunem că numerele obținute astfel sunt numere zecimale periodice.

Este important să știm: Un număr zecimal periodic are un grup de cifre (sau o cifră) care se repetă la nesfârșit, fără ca printre ele să mai apară alte cifre. Aceste numere au o infinitate de zecimale nenule. Cea mai scurtă secvență de cifre care se repetă se numește perioadă.

Numerele zecimale periodice sunt de două feluri: *simple* și *mixte*.

- Numerele zecimale periodice simple au perioada imediat după virgulă.
  Notăm: $0{,}666\ldots = 0{,}(6)$.
  Citim: „0 întregi și perioadă 6” sau „0 virgulă perioadă 6”.
- Numerele zecimale periodice mixte au după virgulă un număr finit de cifre care formează partea neperiodică, după care urmează perioada.
  Notăm: $4{,}166\ldots = 4{,}1(6)$.
  Citim: „4 întregi, o zecime și perioadă 6” sau „4 virgulă 1 perioadă 6”.

PARTE NEPERIODICĂ

$4{,}32(156)$

PARTE ÎNTREAGĂ — PERIOADĂ

Deci $0{,}2 : 0{,}3 = 0{,}(6)$ $\qquad$ $2{,}5 : 0{,}6 = 4{,}1(6)$

Scrie sub formă zecimală rezultatele împărțirilor: $5 : 0{,}3$; $25 : 1{,}8$; $0{,}04 : 2{,}5$.

Cum transformăm numere zecimale periodice în numere fracționare?



– Știm să transformăm numere zecimale neperiodice în numere fracționare: $0{,}68 = \frac{68}{100}$. Este oare adevărat că putem transforma și numere zecimale periodice în numere fracționare?



– Să explorăm! Din calculele de mai sus știm că:

$0{,}(6) = 0{,}2 : 0{,}3 = 2 : 3 = \frac{2}{3}$

$4{,}1(6) = 2{,}5 : 0{,}6 = 25 : 6 = \frac{25}{6}$

Care ar putea fi regula de transformare?



– Cred că știu! $0{,}(6) = \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$. Deci perioada apare la numărător!

În plus, $4{,}1(6) = 41{,}(6) : 10$.



– Am descoperit regula! O aplic pe câteva exemple:

$1{,}(3) = \frac{13-1}{9}$ $\qquad$ $10{,}(23) = \frac{1023-10}{99}$

$5{,}2(3) = \frac{523-52}{90}$ $\qquad$ $4{,}1(35) = \frac{4135-41}{990}$.

Observă exemplele date de Mati. Câte cifre de 9 apar la numitor? Dar de 0? Descoperă regula, apoi aplic-o pentru a transforma 2,5(3) în număr fracționar.

Exersăm, învățăm!

1. Scrie numerele zecimale periodice mixte din lista următoare:

2,3; 2,323232…; 2,3222…; 2,(3); 3,2(3); 2,02; 456,7(89); 0,111… .

2. Compară numerele:

a) 0,6(66) cu 0,6; **b)** 3,456 cu 3,(456);

c) 6,(010) cu 6,(01); **d)** 1,0(50) cu 1,(05).

3. Scrie ca numere zecimale:

$\frac{29}{10^4}$; $\frac{209}{10^4}$; $\frac{2009}{10^4}$; $\frac{20009}{10^4}$; $\frac{200009}{10^4}$.

4. Scrie ca numere zecimale:

$\frac{3724}{25}$; $\frac{3274}{25}$; $\frac{7234}{25}$; $\frac{4273}{25}$.

5. Scrie cu virgulă:

$\frac{253}{6}$; $\frac{253}{12}$; $\frac{253}{24}$; $\frac{253}{48}$; $\frac{253}{96}$.

6. **a)** Fracțiile din exercițiul **5** se succed după o anumită regulă. Care este aceasta?

b) Care este regula de succesiune a numerelor zecimale corespunzătoare?

7. **a)** Explică de ce 0,(6) = 0,(66).

b) Scrie aceste numere zecimale ca fracții. Ai obținut fracții echivalente?

c) Argumentează la fel pentru numerele 0,2(3) și 0,23(3).

8. Scrie numerele zecimale:

0,(17); 2,5555; 2,4(5); 0,0033; 0,(13); 6,21(3) sub formă fracționară.

9. Decide dacă:

a) 0,666 = 0,(6); **b)** 0,(8) = 0,8(88);

c) 2,3(6) = 2,(36); **d)** 1,11(6) = 1,1(16).

10. Iată cum a explicat Mati regula de transformare:

$a = 0,(6)$

$a = 0,666\ldots$

$10 \cdot a = 6,666\ldots = 6 + a$

Deci $9 \cdot a = 6$, adică $a = \frac{6}{9}$.

a) Procedează la fel pentru numărul 0,(3).

b) Cum crezi că se poate justifica regula de transformare pentru 0,2(3)?

11. Geo a citit pe Internet că o fracție ireductibilă reprezintă un număr zecimal periodic, dacă numitorul ei este divizibil cu cel puțin un număr prim diferit de 2 și de 5.

a) Verifică această regulă pentru fracțiile:

$\frac{5}{3}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{8}{15}$; $\frac{16}{9}$.

b) Propune și alte exemple prin care ai putea verifica regula.

12. Liza a verificat egalitatea 0,(72) = 0,7(27) în două moduri: prin descrierea numerelor zecimale și prin tranformarea acestora în numere fracționare. Folosește și tu cele două metode, apoi propune și rezolvă un exercițiu asemănător.

13. Tic a transformat în fracție numărul 1,2(3) în două moduri:

$1,2(3) = \frac{123 - 12}{90}$;

$1,2(3) = 1 + 0,2(3) = 1 + \frac{23 - 2}{90}$.

Este corect? Explică de ce!

Transformă apoi 2,5(6) în fracție.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Transformă numărul 0,1(6) în număr fracționar.

B Calculează 0,(3) + 0,1(2), scriind rezultatul ca fracție zecimală.

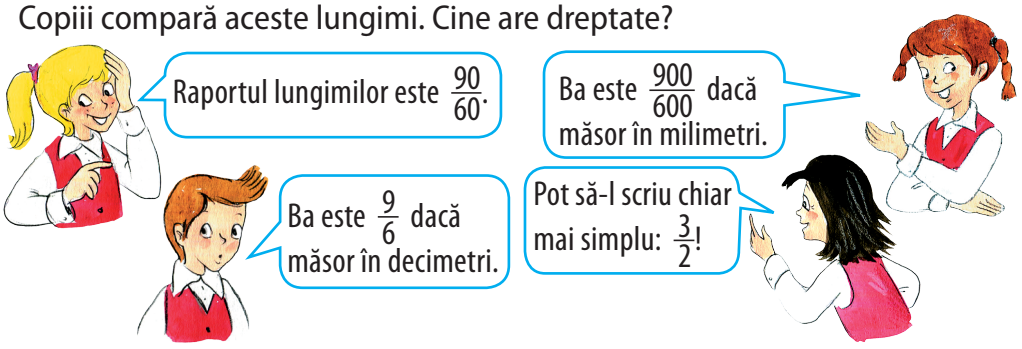
C a) Transformă 0,(2) în număr fracționar.

b) Calculează pătratul numărului 0,(2), scriind rezultatul ca fracție zecimală.

ℚ Număr rațional. Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale

Ce este un număr rațional?

Machetele construite de Mati și Tic au lungimile de 90 cm, respectiv 60 cm. Copiii compară aceste lungimi. Cine are dreptate?



Mati: – Interesant! Toți aveți dreptate!
Am observat că $\frac{90}{60} = \frac{900}{600} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.
De fapt, este vorba despre același număr fracționar!

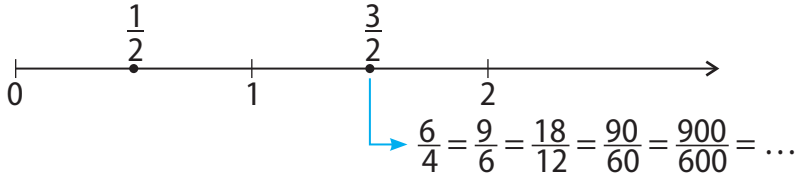
Tic: – Pot să-l scriu și ca număr zecimal: $\frac{3}{2} = 1{,}5$.

Este important să știm:

- Un șir de fracții egale reprezintă un același număr, numit număr rațional. Un număr rațional se poate scrie sub formă zecimală atunci când calculăm câtul dintre numărătorul și numitorul fracției.
- Dacă punem laolaltă toate numerele raționale, obținem mulțimea numerelor raționale, pe care o notăm cu litera ℚ.
- Un număr rațional se reprezintă printr-un singur punct pe axa numerelor.

ℚ provine de la inițiala cuvântului *quotient* (cât) din limba engleză.

Exemplu:



Reprezintă pe axă numărul rațional 3,15. *Scrie un șir de cinci fracții cu numitori diferiți care se reprezintă în același punct.*

Care sunt prioritățile în calculele cu numere raționale?

Să ne amintim:

În exercițiile fără paranteze:

Prioritate 1 → Ridicare la putere
Prioritate 2 → Înmulțire, împărțire
Prioritate 3 → Adunare, scădere

În exercițiile cu paranteze:

Prioritate 1 → ( )
Prioritate 2 → [ ]
Prioritate 3 → { }

Este important să știm: În exercițiile cu paranteze, efectuăm mai întâi paranteza cea mai interioară și transformăm succesiv parantezele.



Calculează: $3 + (2{,}3)^3$; $100 - 1{,}5 \cdot 3{,}4 : 3$; $10{,}5 + 2 \cdot [3{,}6 + 0{,}5 \cdot (2 + 3{,}5 \cdot 2)]$.

Exersăm, învățăm!

1. Calculează și reprezintă rezultatele pe axa numerelor.

a) $1{,}2 + 2{,}4 + 3{,}5$; **b)** $1{,}2 + 2{,}4 - 3{,}5$;

c) $1{,}2 + 2{,}4 \cdot 3{,}5$; **d)** $1{,}2 \cdot 3{,}5 - 2{,}4$;

e) $2{,}4 \cdot 3{,}5 : 1{,}2$; **f)** $3{,}5 \cdot (2{,}4 + 1{,}2)$;

g) $2{,}4 \cdot 3{,}5 + 1{,}2 \cdot 3{,}5$; **h)** $1{,}2^2 + 2{,}4^2 - 3{,}5^1$.

2. Efectuează:

a) $2 + \frac{1}{2} - 0{,}5$; **b)** $5 \cdot \frac{1}{10} + 3{,}7 - 2{,}3$;

c) $1{,}3^2 - 0{,}2^3 \cdot 5^2 + 4{,}31$;

d) $21{,}7 + 50{,}45 : 0{,}5 \cdot 1{,}8 - 16{,}9$.

3. Tic a încercuit pe o foaie cu mai multe numere rezultatul exercițiului $(298{,}92 : 6{,}25) \cdot (2{,}98 + 5{,}97) - (0{,}1)^4$.

Iată numerele de pe foaia lui Tic:

98,05334 428,05334 298,05334

Care dintre ele poate fi rezultatul corect?

Ana a procedat astfel:

$298{,}92 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 300$

$6{,}25 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 6$

$298{,}92 : 6{,}25 \xrightarrow{\text{este aproximativ}} 50$

$2{,}98 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 3$

$5{,}97 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 6$

$2{,}98 + 5{,}97 \xrightarrow{\text{este aproximativ}} 9$

$(0{,}1)^4 \xrightarrow{\text{este aproximativ}} 0$

Rezultatul se aproximează cu $50 \cdot 9 - 0 = 450$.
Deci rezultatul corect ar putea fi 428,05334.

a) Are Ana dreptate?

b) Rezolvă exercițiul prin calcul.

4. Exercițiul $14{,}4 \cdot 63{,}8 = 918{,}72$ este rezolvat corect?

Liza: – Estimăm rezultatul:

$14{,}4 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 10$

$63{,}8 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 60$

$14{,}4 \cdot 63{,}8 \xrightarrow{\text{este aproximativ}} 600$

dar $918{,}72 \xrightarrow{\text{se rotunjește la}} 900$

Cum 918,72 este mai apropiat de 900 decât de 600, exercițiul este rezolvat greșit.

Mati: Trebuie să aleg cu grijă ce rotunjiri fac, în funcție de scopul urmărit, pentru ca eroarea aproximării să nu fie prea mare!

Ana: Verificarea prin estimare poate conduce uneori la un răspuns greșit.

Cine are dreptate și de ce?

5. Reprezintă printr-un șir de cinci fracții egale numărul rațional 2,(36).

6. Calculează:

a) $\left(\frac{1}{4} - 0{,}25\right) \cdot 1{,}19$;

b) $0{,}05 + 0{,}2 \cdot \left\{0{,}5 + \left[1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{5} - 0{,}2\right)\right]\right\}$.

7. La un număr se adaugă 0,5, iar rezultatul se înmulțește cu 2. Din produsul obținut se scade 0,75, iar diferența se împarte la 0,25 și se obține 1.

a) Scrie calculele necesare într-un singur exercițiu cu paranteze.

b) Compune un exercițiu asemănător.

8. Calculează:

a) $1{,}(3) + 0{,}(2) \cdot 3$;

b) $\left[(2{,}0(3) + 1{,}1(6))\right] : 0{,}(2)$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A

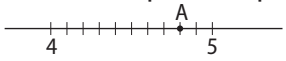
1. Scrie $\frac{15}{4}$ ca număr zecimal.
2. Calculează: $6{,}9 - 3 \cdot 0{,}5$.

B

1. Scrie patru fracții echivalente corespunzătoare lui 5,(6).
2. Calculează: $3 : 0{,}9 + 9 \cdot 1{,}5$.

C

1. Scrie cinci fracții echivalente corespunzătoare numărului A, reprezentat pe axă:



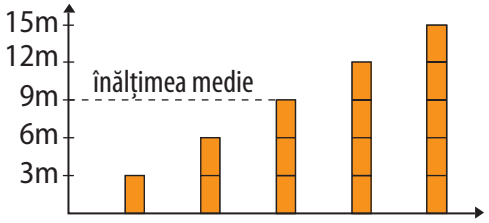
2. Calculează: $\{0{,}9 + [5{,}8 - (2{,}4 - 1{,}3)]\} : 0{,}8$.

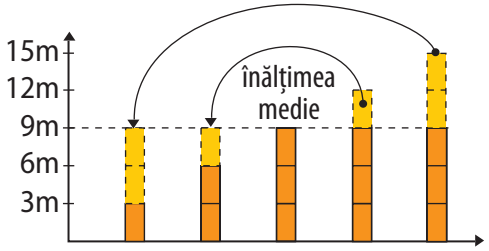
Q Media unui set de date

Ce semnificație are media unor numere?



În desenul de mai jos sunt notate înălțimile în metri ale câtorva clădiri din oraș. Ce se înțelege prin înălțimea medie a acestor clădiri?







Înălțimea medie este situată între înălțimea cea mai mică și înălțimea cea mai mare.

Tot ce depășește înălțimea medie este compensat de tot ce este sub înălțimea medie.



Observă reprezentările. Ce relație există între înălțimea medie de 9 m *și înălțimile de* 6 m *și* 12 m*?*

Cum calculăm media aritmetică?

Pentru a-și transporta recolta de grâu, un fermier închiriază două mașini. Prima îl costă 3 000 de lei și a doua 4 000 de lei. Care este prețul mediu plătit?

Rezolvare:

Pentru a afla prețul mediu, calculăm numărul pe care îl numim media aritmetică a numerelor 3000 și 4000, pe care o notăm cu m_a:

$$m_a = \frac{3000 + 4000}{2} = 3500$$

Răspuns: 3 500 lei

Este important să știm:

- Media aritmetică a două numere x și y este numărul $m_a = \frac{x + y}{2}$.
- Media aritmetică a mai multor numere este numărul obținut prin împărțirea sumei numerelor respective la numărul lor.

De exemplu:

Media aritmetică a numerelor 10 și 8 este $\frac{10 + 8}{2} = 9$.

Media aritmetică a numerelor 9, 7, 8 și 10 este $\frac{9 + 7 + 8 + 10}{4} = 8{,}5$.

Calculează media aritmetică a numerelor 2, 3 și 3,2.

i La unele competiții sportive, punctajul final se obține calculând media aritmetică a punctajelor acordate de arbitri.

Exersăm, învățăm!

1. Află media aritmetică a următoarelor numere: **a)** 3; 5; **b)** 15; 22; **c)** 3; 4; 5; **d)** 100; 150; 200; **e)** 1500; 2700; 3840.

2. Media aritmetică dintre 5 și un alt număr este 7. Află numărul necunoscut.

3. Media aritmetică a trei numere este 12, iar două dintre ele sunt 5 și 7.
Află al treilea număr.

4. Ce medie are Bogdan la geografie, dacă notele lui sunt: 7, 8, 9, 7, 9?

5. Află două numere naturale pare consecutive care au media aritmetică 15.

6. Media aritmetică a trei numere naturale consecutive este 21. Află numerele.

7. Media aritmetică a două numere este 20, iar unul dintre ele este de patru ori mai mic decât celălalt. Află numerele.

8. Măsurând temperatura aerului la ora 11 dimineața, în 7 zile consecutive, Geo a consemnat în tabel:

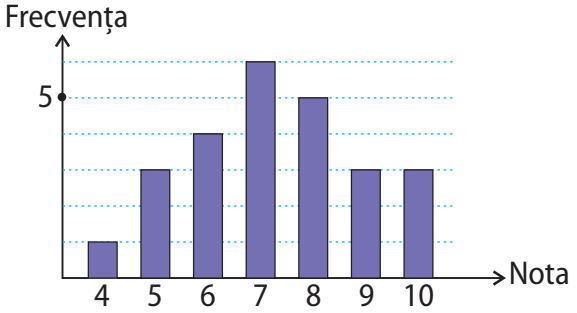
ziua	L	M	M	J	V	S	D
t°C	21	20	22	19	18	22	25

Care este temperatura medie la ora 11, în acea săptămână?

9. Află trei numere știind că media lor aritmetică este 22, media aritmetică a primelor două este 28, iar al doilea este de 6 ori mai mic decât primul.

10. Află trei numere știind că media lor aritmetică este 25, primul este cu 4 mai mare decât al doilea, iar media aritmetică dintre primul și al treilea este 30.

11. Notele obținute de elevii clasei a V-a la teză sunt prezentate în diagrama următoare.

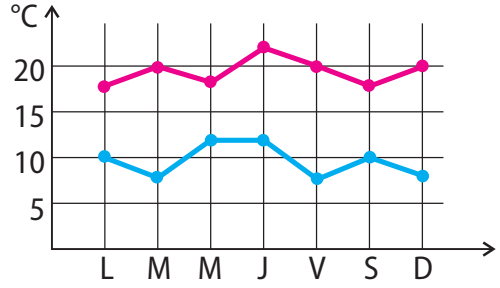


Calculează media notelor obținute la teză de elevii clasei a V-a.

12. Află trei numere, știind că al doilea este mai mare decât primul cu 10 și mai mic decât al treilea tot cu 10, iar media lor aritmetică este 50.

13. Un număr este cu 15 mai mare decât altul și cu 15 mai mic decât un al treilea.
Este acest număr media aritmetică:
a) a celorlalte două numere;
b) a celor trei numere?

14. Diagrama arată temperatura maximă și cea minimă înregistrate într-o localitate, de luni până duminică.



a) În ce zi s-a înregistrat cea mai mare temperatură?

b) Este oare media temperaturilor minime egală cu 15°C? Justifică răspunsul!

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Calculează media aritmetică a numerelor: 7,5; 8; 9,5.

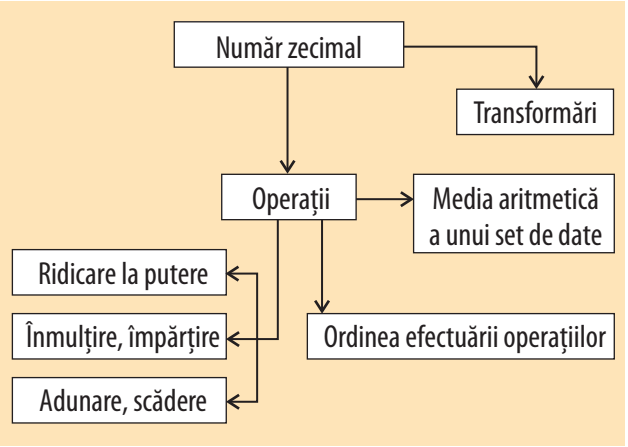
B Calculează media aritmetică a numerelor: 8; $\frac{2}{3}$; 3,4.

C Calculează media aritmetică a numerelor: 5,(4); 6,2; $\frac{1}{5}$; 0,6.

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să efectuez operații cu numere raționale;
- să aplic ordinea efectuării operațiilor;
- să utilizez legăturile între operații;
- să calculez media aritmetică a două sau a mai multor numere raționale;
- să rezolv probleme folosind numerele raționale.



Testul 1

1. Calculează:

a) $3{,}524 - 2{,}19$; **b)** $4{,}25 \cdot 10$;

c) $52 : 0{,}1$; **d)** $0{,}2^3$.

2. Efectuează:

a) $(0{,}2 + 0{,}8 \cdot 0{,}1) : 0{,}001$;

b) $\left(0{,}4 + \frac{3}{5}\right) : 0{,}5$.

3. Transcrie și completează:

x	3,25	?	?	5,05
$x \cdot 1{,}5$	?	6,12	45	?

4. a) Calculează media aritmetică a numerelor 2,3 și 5,8.

b) Media aritmetică a cinci numere naturale consecutive este 12. Află numerele.

5. După ce a ajuns la jumătatea drumului, Teo a mai mers 10 km, parcurgând în acest fel, în total, 0,75 din lungimea drumului.

Ce lungime are drumul?

Testul 2

1. Calculează:

a) $3{,}14 + 21{,}678$; **b)** $24{,}5 \cdot 10$;

c) $25 : 0{,}1$; **d)** $0{,}3^2$.

2. Efectuează:

a) $(1{,}3 - 0{,}5 \cdot 0{,}1) : 0{,}01$;

b) $\left(0{,}6 + \frac{1}{5}\right) : 0{,}2$.

3. Transcrie și completează:

x	?	0,06	?	3,08
$x : 0{,}2$	1,8	?	25	?

4. a) Calculează media aritmetică a numerelor 4,6 și 2,7.

b) Media aritmetică a patru numere naturale pare consecutive este 11. Află numerele.

5. Ema a parcurs 0,75 din lungimea unui drum, apoi s-a întors 5 km și a constatat că se află la jumătatea drumului.

Ce lungime are drumul?

Proiect

Modele decorative



Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli de hârtie cu pătrățele, creioane colorate sau acuarele.
- *Scop:* Veți realiza modele decorative, îmbinând artele vizuale cu matematica.



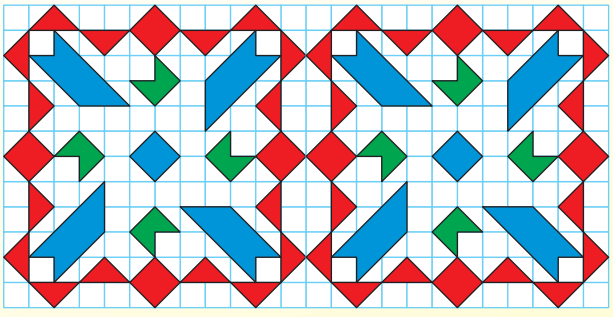
Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
- În echipa voastră:
  - Observați farfuriile decorative de pe margine. Inspirați-vă din modelele date și desenați propriile voastre modele care admit una sau mai multe axe de simetrie.
- Selectați problemele cu simbolul , rezolvați-le, apoi propuneți câte o problemă asemănătoare.



În cadrul proiectului:

- Observați modelul de mai jos. Aflați câte figuri geometrice (colorate) conține acest model. Faceți calculul în cel puțin două moduri. Câte unghiuri cu măsuri diferite apar în figurile din modelul desenat?
- Desenați pe o foaie cu pătrățele acest model, apoi continuați banda ornamentală, repetând identic modelul inițial, așa cum apare mai jos.









- Conturul fiecărui ornament al modelului se brodează cu ață de culoarea ornamentului. Pentru ornamentele verzi se consumă un ghem de ață verde. Știind că toate ghemele au aceeași mărime, câte gheme de ață albastră vor fi necesare? Dar roșie?



Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe*.
  - Schimbați cu o altă echipă desenele și fișele realizate de echipa voastră.
  - Verificați corectitudinea exercițiilor, rezolvați și corectați dacă e cazul.
  - Discutați cu membrii celeilalte echipe îmbunătățirile propuse.



Prezentare

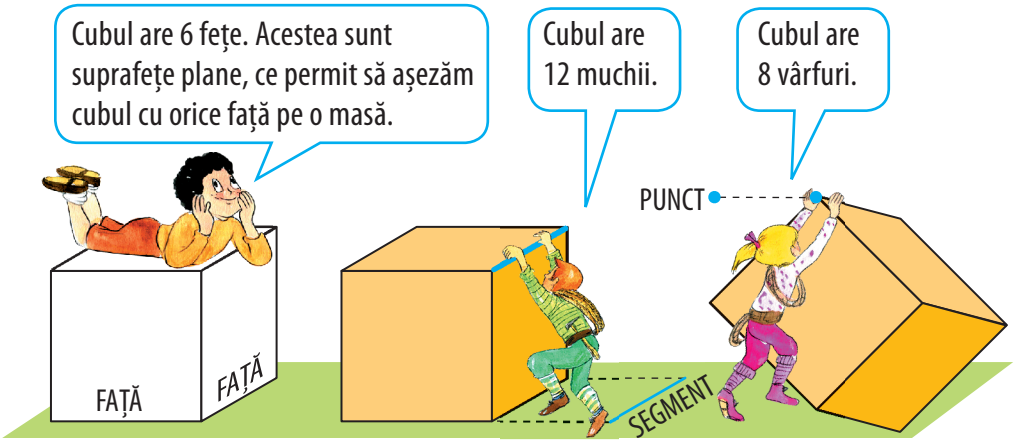
- Realizați o expoziție a clasei cu toate materialele produse.
- Prezentați produsele în perechi – câte un reprezentant din cele două grupe care au colaborat.

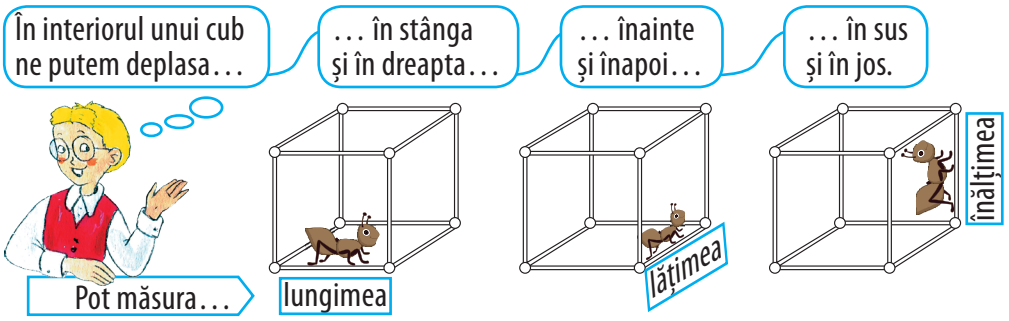
De la cub la punct

Ce elemente are un cub?

Cine nu s-a jucat măcar o dată cu un cub? Iată cum am ajuns de la cub la punct!







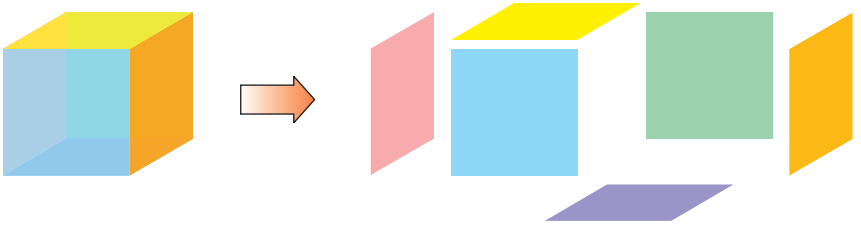
Este important să știm:

- Cubul are trei dimensiuni: lungime, lățime și înălțime.
- Vârfurile cubului sunt puncte.
- Muchiile cubului sunt segmente.

Observă sala de clasă. Indică lungimea, lățimea și înălțimea acesteia.

Cum reprezentăm un plan?

Fețele cubului sunt suprafețe plane.



Reprezentăm un plan:



Notăm:

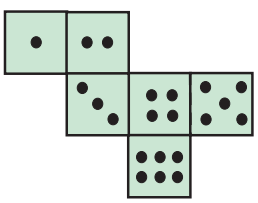


Citim:

Planul *p*

Ce formă au fețele cubului?

Desenează, îndoaie și lipește pentru a forma un zar:



Exersăm, învățăm!

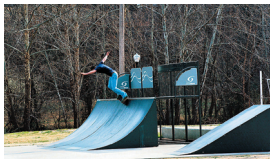
1. Completează cu răspunsurile corecte:

Un cub are … fețe, … muchii și … vârfuri.

2. Observă și compară imaginile. Alege cazurile în care suprafețele ce apar în imagini sugerează cel mai bine un plan.

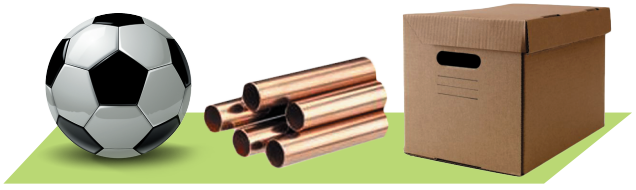
a) 

b) 

c) 

d) 

3. Observă imaginile.

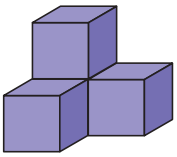


Cum putem deduce care dintre aceste obiecte este mărginit de o suprafață plană?

4. Determină care dintre suprafețele ce delimitează obiectele reprezentate mai jos sunt plane și care sunt curbe.



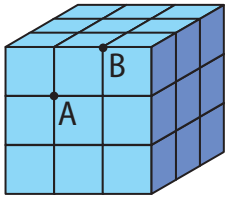
5. Construcția din imagine a fost realizată prin lipire, din 4 cuburi identice.



a) Câte fețe are construcția?

b) Câte vârfuri are construcția?

6. Cubul din imagine a fost alcătuit prin alăturarea unor cubulețe identice.

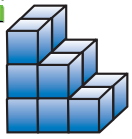


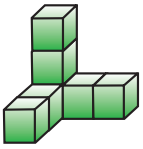
a) Câte cubulețe au fost folosite?

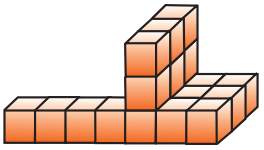
b) Câte cubulețe au un vârf în punctul A? Dar în punctul B?

c) În câte dintre vârfurile cubulețelor folosite se întâlnesc exact două piese?

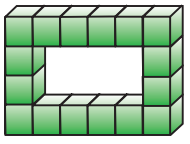
7. Din câte cuburi este formată fiecare construcție?

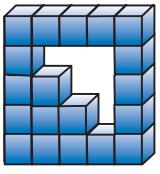
a) 

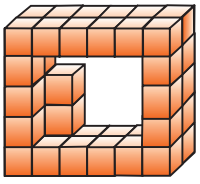
b) 

c) 

8. Câte cuburi lipsesc din fiecare construcție?

a) 

b) 

c) 

9. Alege răspunsurile corecte:

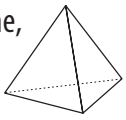
Punctul: **a)** are o singură dimensiune;
b) nu are dimensiuni, dar indică o poziție;
c) indică o poziție și are o dimensiune.

Dreapta: **a)** nu are dimensiune;
b) are o dimensiune;
c) are două dimensiuni.



Alege și rezolvă în 5 minute!

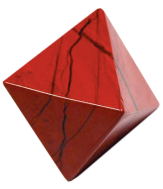
A Câte fețe plane, câte muchii și câte vârfuri are corpul geometric din imagine?



B Câte fețe plane, câte muchii și câte vârfuri are corpul geometric fotografiat?



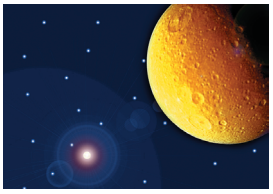
C Câte fețe plane, câte muchii și câte vârfuri are corpul geometric fotografiat?





Puncte și drepte: reprezentare, notații, proprietăți

Cum reprezentăm un punct?



În geometrie, considerăm că punctul nu are nici lungime, nici lățime, nici înălțime: în cazul punctelor, ceea ce ne interesează nu este mărimea, ci poziția lor. Toate figurile geometrice sunt alcătuite din puncte.

Reprezentăm un punct:	*Notăm*:	*Citim*:
•	• A	Punctul A
sau ×	× B	Punctul B

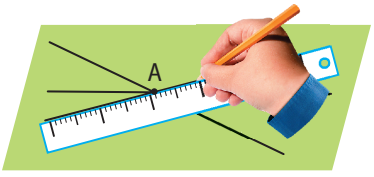
Reprezintă și notează pe caietul tău punctele M, N și P.

Cum reprezentăm o dreaptă?

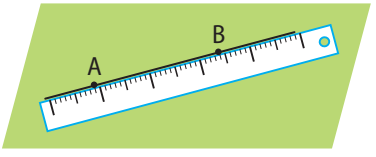


Pentru a desena linii drepte, folosim rigla. Să ne imaginăm că am putea deplasa rigla de-a lungul liniei desenate, astfel încât să putem continua mereu linia începută. Linia nesfârșită astfel obținută este o dreaptă.

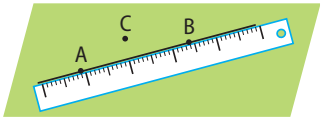
Dreapta este nemărginită, în ambele sensuri de deplasare pe ea.



Putem trasa oricâte drepte vrem, care trec prin punctul A.

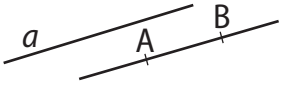


Putem trasa o singură dreaptă care trece prin punctele A și B.



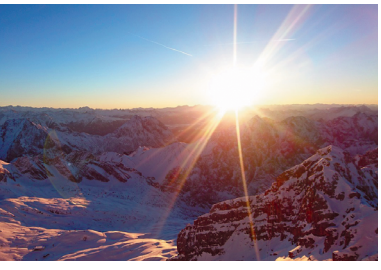
Punctul C nu se află pe dreapta ce trece prin punctele A și B: spunem că punctul C este exterior dreptei AB.

Este important să știm: • Prin două puncte distincte trece o unică dreaptă. Trei puncte din plan pot să nu fie situate pe aceeași dreaptă.
• Trei (sau mai multe) puncte prin care trece o dreaptă se numesc puncte coliniare.

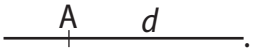
Reprezentăm o dreaptă:	*Notăm*:	*Citim*:
		dreapta *a* dreapta AB

Desenează și notează pe caiet: dreapta d, dreapta MN.

Cum reprezentăm o semidreaptă?



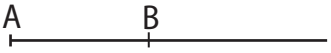
Ne putem gândi că razele de lumină care pleacă din Soare sunt semidrepte.

Fie *d* o dreaptă și A un punct pe această dreaptă:  .

Fiecare porțiune a dreptei *d*, mărginită de punctul A, este o semidreaptă.

Punctul A este, în acest caz, originea fiecărei semidrepte.

O semidreaptă este nemărginită în unul din sensurile de deplasare pe ea.

Reprezentăm o semidreaptă:	*Notăm*:	*Citim*:
	[AB	semidreapta AB

Reprezintă punctele necoliniare A, M, Q. Desenează semidreptele MA și AQ.

Cum reprezentăm un segment?

Un segment este o porțiune dintr-o dreaptă, delimitată de două puncte.
Punctele care mărginesc un segment se numesc capetele segmentului.
Un segment este descris prin precizarea celor două capete ale sale.



Reprezentăm un segment: A B

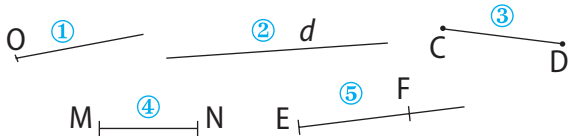
Notăm: AB

Citim: segmentul AB sau segmentul BA

Reprezintă pe caietul tău punctele necoliniare B, D, F și segmentele BF și BD.

Exersăm, învățăm!

1. Care dintre desenele următoare reprezintă:
a) un segment; **b)** o semidreaptă; **c)** o dreaptă?

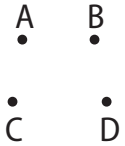


2. Câte segmente sunt în figura alăturată?
Scrie numele fiecăruia.



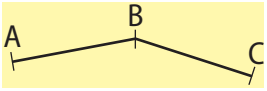
3. Desenează:
a) patru semidrepte cu origine comună;
b) patru drepte care trec printr-un punct.
Câte semidrepte apar în desenul de la b)?

4. Copiază figura alăturată pe caietul tău. Reprezintă toate segmentele care au capetele în două din punctele figurii.

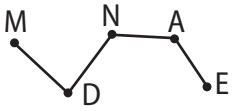


5. **a)** Desenează patru puncte coliniare.
b) Desenează patru puncte astfel încât numai trei sunt coliniare.

6. Spunem că două segmente sunt *consecutive* dacă au un capăt comun. De exemplu, segmentele AB și BC din imagine, sunt consecutive.



a) Numește perechile de segmente consecutive din figura alăturată.

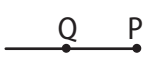


b) Desenează o altă figură asemănătoare. Notează corespunzător figura.

7. Tic a realizat următoarele reprezentări geometrice. Din neatenție, el a făcut câteva erori. Care sunt acestea?



patru puncte coliniare

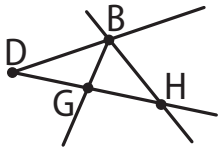


dreapta PQ



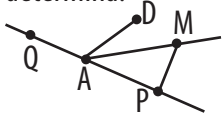
semidreapta TS

8. Pe figura alăturată, recunoaște și citește cât mai multe drepte, semidrepte sau segmente.

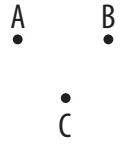


Alege și rezolvă în 5 minute!

A Pe desenul alăturat, determină:
a) o dreaptă;
b) trei semidrepte;
c) toate segmentele.



B Completează figura, astfel încât cele trei puncte să evidențieze trei semidrepte și trei segmente.



C Se dau 4 puncte în plan. Trasăm toate dreptele ce trec prin câte două din aceste puncte. Câte drepte diferite poți obține? Consideră toate cazurile posibile.

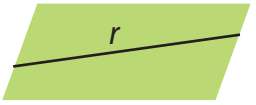
Drepte în plan

Ce figuri geometrice determină o dreaptă?



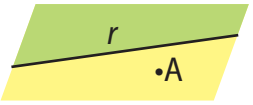
Observă imaginea. Râul împarte suprafața câmpiei în două părți, corespunzătoare fiecăruia dintre cele două maluri.

Reprezentăm prin desen această situație.



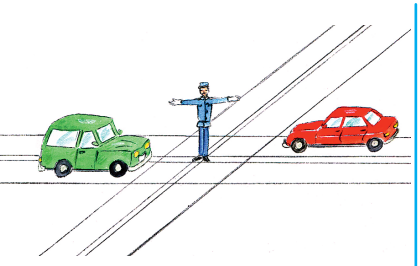
Fiecare porțiune a planului mărginită de dreapta r este un semiplan. Dreapta r este, în acest caz, frontiera fiecărui semiplan.

Este important să știm: Un semiplan este descris prin precizarea frontierei sale și a unui punct situat în acel semiplan (dar nu pe frontieră).

Reprezentăm un semiplan:	*Notăm:*	*Citim*:
		Semiplanul cu frontiera r, ce conține punctul A.

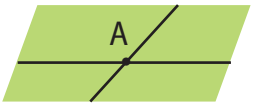
Câte semiplane se formează când trasăm o dreaptă în plan?

Ce poziții pot avea două drepte în plan?



Desenul prezintă intersecția a două străzi.

Reprezentăm liniile care delimitează benzile de circulație. Observăm că aceste două drepte au punctul A în comun. Spunem că dreptele *se intersectează* în A.

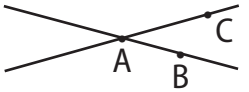


Tic: E oare posibil ca două drepte să aibă exact două puncte în comun?

Mati: Prin două puncte diferite trece o singură dreaptă; ar însemna că aceste două drepte coincid!

Este important să știm:

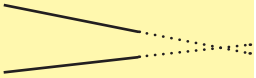
- Două drepte care se intersectează se numesc drepte concurente.
- Două drepte care sunt situate pe aceeași suprafață plană și nu se intersectează se numesc drepte paralele.

Reprezentăm:	*Notăm:*	*Citim*:
	$AC \nparallel AB$	Dreptele AC și AB sunt concurente.
	$a \parallel b$	Dreptele a și b sunt paralele.

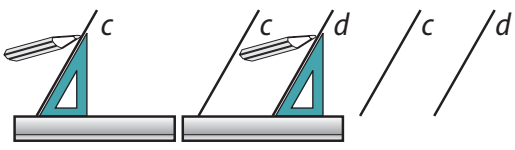
Geo: Oare aceste drepte sunt paralele?



Ana: Nu! Iată cum procedăm pentru a ne convinge!



- Pentru a desena două drepte paralele, putem folosi rigla și echerul.



Dreptele c și d sunt paralele. Cum am procedat pentru a le construi?



Fiind date o dreaptă d și un punct A exterior ei, trasează prin A o dreaptă paralelă la d și o dreaptă concurentă cu d.

Exersăm, învățăm!

1. Completează spațiile libere.

a) Două drepte care au un singur punct în comun se numesc …;

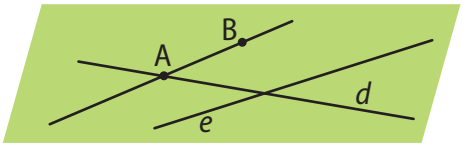
b) Două drepte distincte nu pot avea … puncte în comun;

c) Notația $c \parallel d$ înseamnă că dreptele c și d sunt …

2. Transcrie tabelul și, dacă este cazul, corectează afirmația făcută.

Afirmație	A / F	Corectare
O semidreaptă determină în plan două semiplane.		
Două drepte care au un punct comun se numesc drepte paralele.		

3. Observă figura, apoi răspunde:



a) Dreptele d și e sunt paralele?

b) Dreptele AB și d sunt concurente?

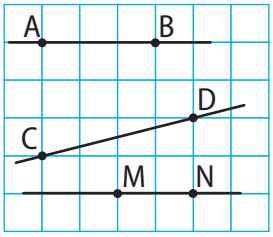
c) Dreapta d se află în semiplanul determinat de frontiera e, ce conține punctul B?

4. Observă desenul, apoi precizează care dintre perechile de drepte sunt paralele:

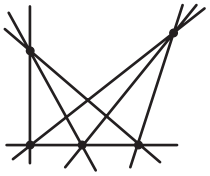
a) AB și CD;

b) AB și MN;

c) CD și MN.



5. a) Observă imaginea.



Realizează pe caietul tău un desen analog.

b) Notează dreptele și punctele lor de intersecție.

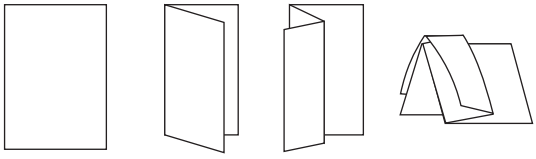
c) Pentru fiecare punct marcat pe figură, scrie dreptele ce trec prin acel punct.

d) Există printre dreptele de pe figură, perechi de drepte paralele?

6. Desenează, în planul foii de hârtie, dreptele r, s și t și marchează punctele A și B astfel:

- r și s sunt paralele;
- r și t sunt concurente în A;
- punctul B nu se află pe niciuna dintre aceste drepte, dar este în semiplanul cu frontiera s, ce nu îl conține pe A.

7. Mati a luat o foaie de hârtie și a îndoit-o, așa cum se arată în figură.



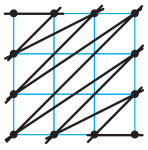
a) Ia o foaie de hârtie. Realizează aceleași îndoituri ca și Mati, apoi dezdoaie hârtia și observă dreptele ce s-au format în planul acesteia.

b) Notează cele trei drepte cu m, n, p și punctele lor de intersecție cu A și B.

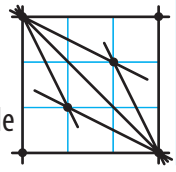
8. Desenează dreapta d și punctul B, nesituat pe d. Folosește rigla și echerul, pentru a desena o dreaptă ce trece prin B și este paralelă cu d, apoi o dreaptă ce trece prin B și este concurentă cu d.

Alege și rezolvă în 5 minute!

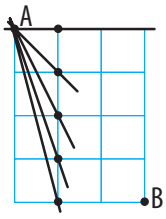
A Transcrie pe caiet desenul. Evidențiază două drepte concurente și două drepte paralele.



B Transcrie desenul. Notează toate cele 6 puncte marcate, apoi enumeră toate perechile de drepte paralele.

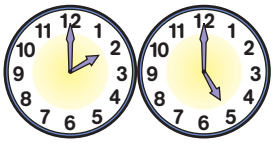


C Transcrie desenul. Construiește apoi prin punctul B drepte paralele cu cele 5 drepte marcate pe desen, ce trec prin A.



Unghiuri

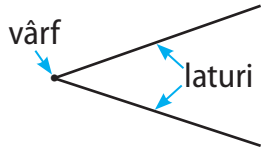
Ce este un unghi?



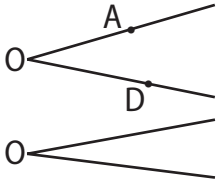
Să observăm pozițiile limbilor fiecărui ceas.
Limbile ceasului reprezintă două semidrepte cu aceeași origine. Cele două semidrepte formează un unghi.
Reprezentăm prin desen această situație.



Este important să știm: Numim unghi figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine. Originea comună a celor două semidrepte se numește vârful unghiului. Cele două semidrepte care formează unghiul se numesc laturile unghiului.



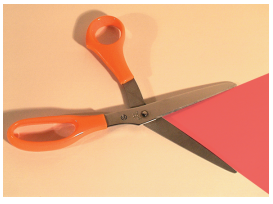
Reprezentăm un unghi:



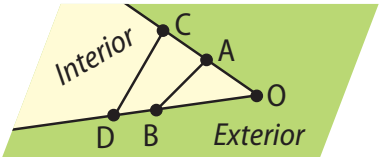
Notăm:
$\sphericalangle AOD$; $\sphericalangle DOA$
sau
$\widehat{AOD}$; $\widehat{DOA}$
sau
$\sphericalangle O$ sau O

Citim:
unghiul AOD
sau
unghiul DOA
sau
unghiul O

Litera din vârful unghiului se scrie întotdeauna la mijloc!



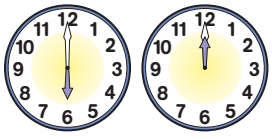
- Un unghi delimitează două regiuni ale planului. Nu putem trece dintr-o regiune în alta, fără să „traversăm" laturile unghiului.



Să observăm:
Pe figura de mai sus segmentele AB și CD se află, în întregime, în una dintre cele două regiuni ale planului. În acea regiune se află orice alt segment ale cărui capete sunt pe laturile unghiului.
Spunem că această regiune este interiorul unghiului.

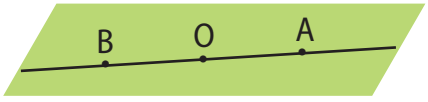
Desenează și notează unghiul MPC.

Ce unghiuri particulare există?

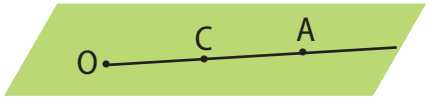


- Observă pozițiile celor două limbi ale ceasului, la ora 6 fix și la ora 12 fix.

În aceste cazuri, unghiurile determinate de limbile ceasului au o formă particulară. Reprezentăm și analizăm cele două situații.



Laturile OA și OB ale unghiului AOB formează o dreaptă. Cele două semidrepte sunt în prelungire.



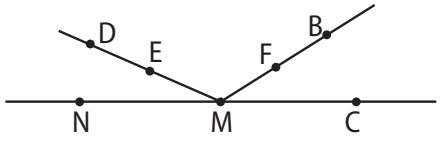
Laturile OA și OC ale unghiului se suprapun. Cele două semidrepte coincid.

Este important să știm:
- Un unghi ale cărui laturi sunt în prelungire se numește unghi alungit.
- Un unghi ale cărui laturi coincid se numește unghi nul.

Desenează unghiul alungit MPC. Identifică pe figură un unghi nul.

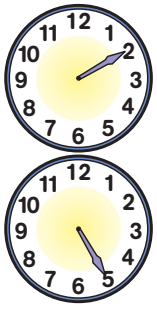
Exersăm, învățăm!

1. **a)** Numește toate unghiurile din figură.

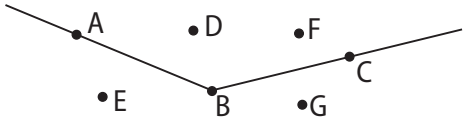


b) Care dintre unghiurile următoare coincid?
$\widehat{DMF}$ și $\widehat{CMF}$; $\widehat{FMD}$ și $\widehat{DMB}$; $\widehat{DMN}$ și $\widehat{NME}$.

2. **a)** Observă imaginea și precizează unde trebuie să fie limba mică a ceasului, dacă limba mare este la 2, iar unghiul format de ele este alungit.
b) Aceeași întrebare, dacă limba mare este în dreptul lui 5.

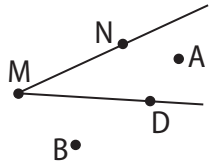


3. Observă figura.

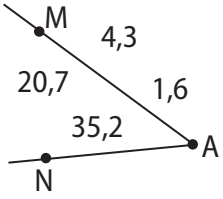


Care dintre următoarele puncte se află în interiorul unghiului reprezentat?
A; D; E; F; G.

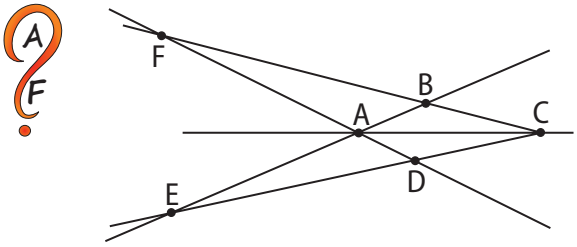
4. Desenează figura alăturată.
Desenează apoi:
a) Un unghi cu vârful în A, care se află cu totul în interiorul unghiului NMD;
b) Un unghi cu vârful în B, care conține în interior unghiul NMD.



5. Calculează produsul dintre suma numerelor scrise în interiorul unghiului MAN și diferența numerelor din exteriorul acestui unghi.

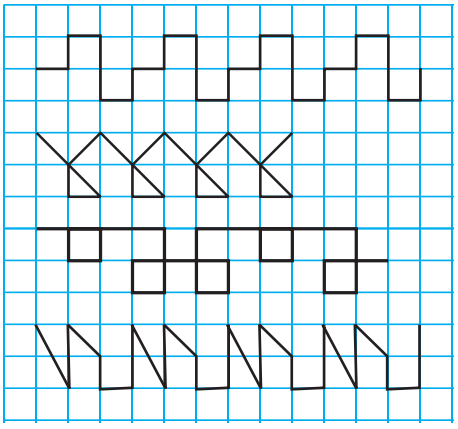


6. Adevărat sau fals? Reformulează propozițiile false astfel încât să devină adevărate.



1. Unghiul AEB este un unghi alungit.
2. Punctul D este în exteriorul unghiului BAC.
3. Punctul D este în exteriorul unghiului ABC.
4. Unghiul FBC este unghi alungit.
5. Punctele F, A, B sunt coliniare.

7. Desenează fiecare model geometric și continuă-l pe toată lățimea paginii de caiet.

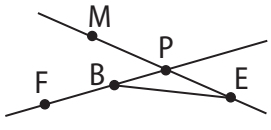


8. De câte ori pe parcursul unei zile (de 24 de ore), limbile ceasului sunt în prelungire?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Desenează unghiul ABC. Marchează punctul D interior unghiului și punctul E, situat pe o latură a unghiului.

B Denumește toate unghiurile alungite din figură.



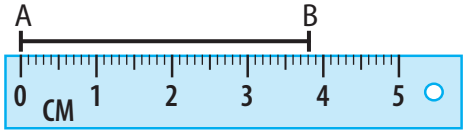
C Desenează pe caietul tău două unghiuri, așezate astfel încât interioarele lor să nu aibă niciun punct comun.

Lungimea unui segment. Măsura unui unghi

Cum determinăm lungimea unui segment?

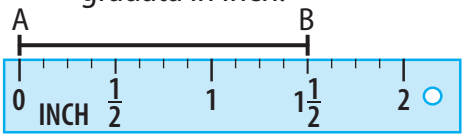
Să comparăm: Liza și Tic au măsurat un același segment. Iată cum au procedat.

Liza: Am folosit o riglă gradată în centimetri.



Segmentul AB are 3,8 cm.

Tic: Eu am avut doar o riglă gradată în inch.



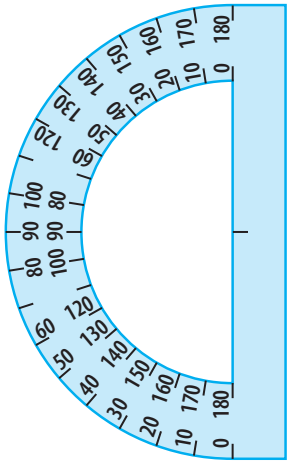
Segmentul AB are 1,5 inch.

Cei doi elevi au obținut rezultate diferite. Care dintre ei crezi că a greșit?

Este important să știm: Pentru a măsura un segment:
1. fixăm o unitate de măsură (un segment–unitate);
2. stabilim de câte ori se cuprinde acea unitate de măsură în segmentul dat.

Desenează un segment, apoi măsoară-l folosind ca unitate de măsură milimetrul.

Cum determinăm măsura unui unghi?



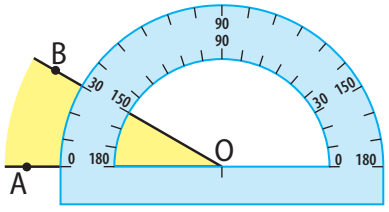
Pentru a măsura unghiuri, matematicienii au inventat o *unitate de măsură* și un *instrument de măsură*. Mărimea unui unghi se măsoară în grade, iar instrumentul de măsură se numește raportor.

Prin convenție, se consideră că măsura unui unghi alungit este de 180 de grade (se notează 180°).

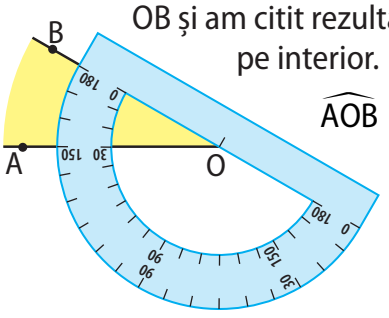
La exterior, raportorul este gradat de la 0 la 180. La interior, raportorul este gradat tot de la 0 la 180, dar pornind în sens invers.

Iată cum au procedat Liza și Tic pentru a măsura unghiul AOB.

Liza: Am așezat raportorul pe latura OA și am citit rezultatul pe exterior. $\widehat{AOB} = 30°$.



Tic: Am așezat raportorul pe latura OB și am citit rezultatul pe interior.



$\widehat{AOB} = 30°$.

Este important să știm: Pentru a măsura un unghi:
1. așezăm raportorul pe o latură a unghiului, astfel ca vârful unghiului să coincidă cu punctul marcat („centrul raportorului”);
2. citim măsura pe partea pe care axa numerelor pleacă de la 0;
3. rezultatul este numărul de pe axă corespunzător celeilalte laturi a unghiului.

Ce măsuri nu apar marcate pe raportorul din stânga paginii?

Cum operăm cu măsuri de unghiuri?

În geometrie, gradul are ca submultiplu minutul:
$1° = 60'$ (citim: 60 minute).
De aceea: $42°35' + 31°47' = 74°22'$
$42°35' - 31°47' = 10°48'$.

Calculează $93°33' - 26°51'$.

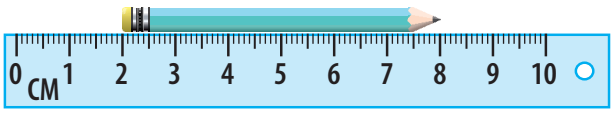
Exersăm, învățăm!

1. Desenează pe caietul tău câte un segment care măsoară:
a) 5 cm; **b)** 3,5 cm; **c)** 12 cm.

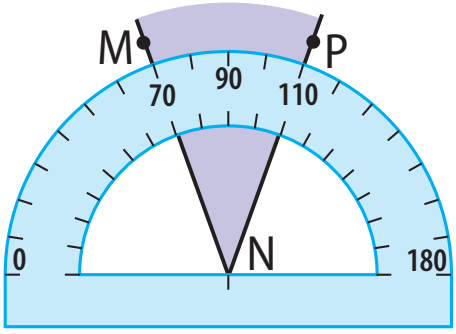
2. Desenează 3 segmente de câte 4 cm, cu un capăt comun.

3. Desenează pe caietul tău două unghiuri. Măsoară apoi unghiurile desenate, folosind raportorul.

4. Cât măsoară creionul din imagine?



5. Tic nu a așezat corect raportorul. Ai putea să spui, totuși, cât măsoară unghiul MNP?



6. Compară operațiile:
3 ore 45 min + 2 ore 30 min = 6 ore 15 min;
$30°45' + 26°30' = 57°15'$.
De fiecare dată, am transformat:
60 min = 1 oră; $60' = 1°$.
Calculează:
a) $45°20'+17°50' =$
b) $39°26' - 14°41' =$
c) 7 ore 25 min + 4 ore 35 min =

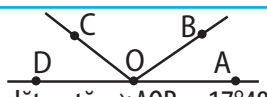
7. Calculează:
a) $25°40' + 48°50' =$
b) $45° : 2 =$
c) $30°45' \cdot 3 =$
d) $72°25' - 36°50' =$

8. Următoarele calcule sunt greșite. Explică, de fiecare dată, greșeala și află rezultatul corect.
a) 14 h 55 min + 2 h 48 min = 17 h 3 min;
b) $14°5' - 2°55' = 11°50'$.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Desenează semidreptele AB și AC. Află lungimea segmentului AB și măsura unghiului BAC, folosind rigla gradată și raportorul.

B



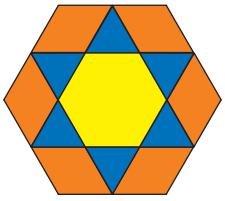
În figura alăturată, $\sphericalangle AOB = 17°48'$ și $\sphericalangle BOC = 115°30'$, iar A, O, D sunt coliniare. Calculează măsurile unghiurilor AOC și COD.

C a) Ce măsuri au, în fiecare caz reprezentat, unghiurile formate de limbile ceasului?
b) Reprezintă, pe ceas, un unghi cu măsura de 60°.

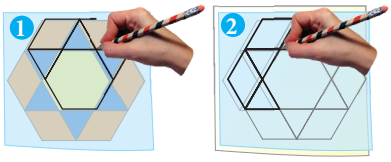


Figuri congruente

Cum putem reproduce identic o figură geometrică?



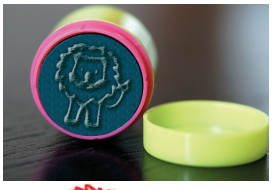
Pentru a copia pe caietul său modelul geometric din imagine, Ana a folosit o foaie transparentă (foaie de calc), astfel:



1. a copiat pe calc modelul geometric;
2. a așezat foaia de calc peste pagina de caiet și, apăsând pe liniile desenului, a lăsat urme, suficient de clare pentru a copia imaginea.

Procedează ca Ana pentru a copia modelul alăturat.

Ce înseamnă că două figuri geometrice sunt congruente?





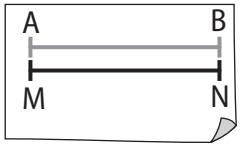
Fratele Anei are un joc cu ștampile colorate. El a folosit o aceeași ștampilă pentru a obține câteva imagini pe o foaie de hârtie, ca în figura alăturată.

Ana i-a arătat fratelui său că, dacă aplică ștampila pe o foaie de calc, desenul obținut se suprapune perfect peste celelalte de pe foaia de hârtie.

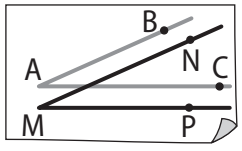
Este important să știm: Două figuri geometrice care pot fi suprapuse astfel încât să coincidă, se numesc figuri congruente.

Coperțile de la cartea și caietul tău de matematică au forma unor dreptunghiuri. Sunt aceste dreptunghiuri congruente? Verifică practic!

Cum construim figuri geometrice congruente?



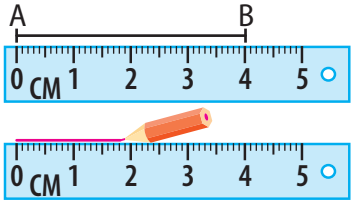
$MN = AB$



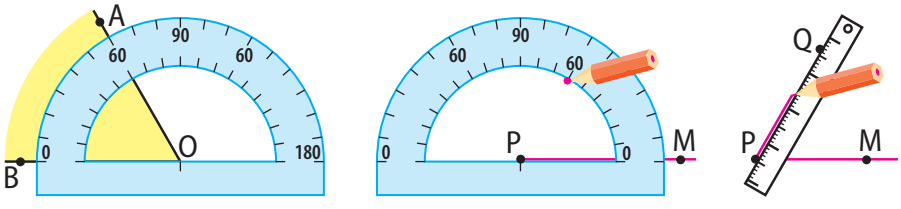
$\widehat{NMP} = \widehat{BAC}$

Să observăm: Segmentele congruente coincid prin suprapunere, deci au aceeași lungime. Unghiurile congruente coincid prin suprapunere, deci au aceeași măsură.

- Pentru a construi un segment congruent cu un segment dat:
  1. Măsurăm segmentul dat.
  2. Folosim rigla și trasăm un segment de aceeași lungime.



- Pentru a construi un unghi congruent cu un unghi dat:



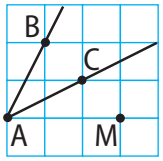
  1. Măsurăm unghiul dat.
  2. Trasăm semidreapta PM, așezăm raportorul de-a lungul acesteia și marcăm punctul ce corespunde cu $\sphericalangle AOB$.
  3. Folosim rigla pentru a trasa semidreapta PQ. Unghiul MPQ este congruent cu unghiul AOB.

Desenează un unghi cu măsura de 70°.

Exersăm, învățăm!

1. Desenează pe caiet un unghi. Desenează apoi un alt unghi, congruent cu primul.

2. Folosește caroiajul, pentru a desena, pe caietul tău, un unghi cu vârful în M congruent cu $\widehat{BAC}$.



3. Construiește un unghi cu măsura de:

a) 30°; **b)** 140°; **c)** 70°.

4. **a)** Ce ar trebui să măsori ca să decizi, fără să faci suprapunerea, dacă pătratele alăturate sunt congruente?



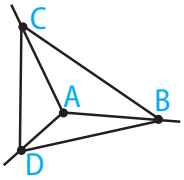
b) Ce ar trebui să măsori ca să decizi, fără să faci suprapunerea, dacă dreptunghiurile alăturate sunt congruente?



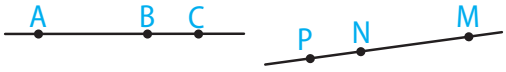
5. **a)** Desenează pe o coală de hârtie triunghiul ABC, în care AB = 5 cm, AC = 8 cm și $\widehat{BAC} = 50°$.

b) Decupează triunghiul desenat de tine și compară-l cu cele obținute de colegi. Sunt aceste triunghiuri congruente? De ce?

6. Efectuează toate măsurătorile necesare, pentru a putea desena în caietul tău o figură identică cu cea din imagine.



7. În figura de mai jos, segmentele AB și MN, respectiv BC și NP sunt congruente. Este oare adevărat că segmentele AC și MP sunt congruente? Justifică răspunsul.

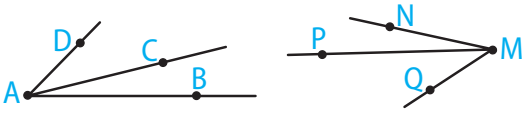


8. *Adevărat sau fals?*

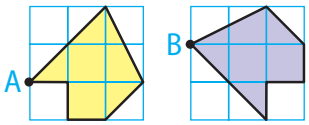
1. Orice două drepte sunt figuri geometrice congruente.
2. Orice două segmente sunt figuri geometrice congruente.
3. Orice două semiplane sunt figuri geometrice congruente.
4. Orice două unghiuri sunt figuri geometrice congruente.



9. În figura de mai jos, unghiurile BAC și NMP, respectiv CAD și PMQ, sunt congruente. Este oare adevărat că unghiurile BAD și NMQ sunt congruente? Justifică răspunsul.



10. Dan a realizat pe două foi cu rețele de pătrate identice figurile alăturate.

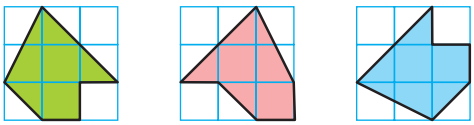


El a verificat prin suprapunere că figurile sunt congruente.

a) Arată pe a doua figură punctul care corespunde lui A, prin suprapunere.

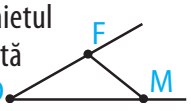
b) Arată pe prima figură punctul care corespunde lui B, prin suprapunere.

c) Cu care dintre următoarele figuri sunt congruente figurile desenate de Dan?

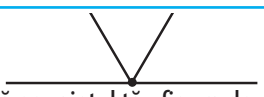


Alege și rezolvă în 5 minute!

A Măsoară elementele necesare pentru a desena pe caietul tău o figură congruentă cu cea din imagine.

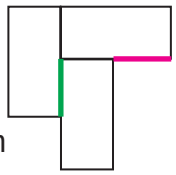


B



Desenează pe caietul tău figura de mai sus, știind că trei dintre unghiurile din imagine sunt congruente.

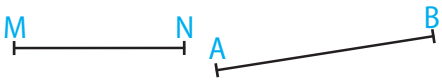
C Cele 3 dreptunghiuri din imagine sunt congruente. Arată că segmentele marcate prin culoare sunt congruente.



Comparări

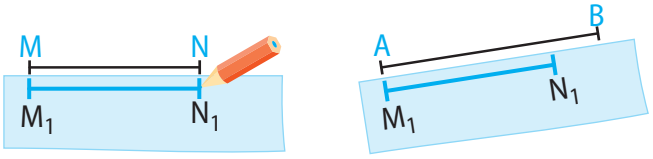
Cum comparăm două segmente?

Ana și Geo au avut de comparat cele două segmente din figură. Ei au procedat astfel:



Ana: Am măsurat cele două segmente cu rigla gradată în centimetri:
MN = 4,5 cm; AB = 5,8 cm; 4,5 < 5,8.
Deci segmentul MN este mai mic decât segmentul AB.

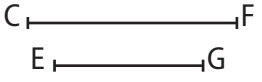
Geo: Am folosit o foaie de hârtie și am „transportat" segmentul MN peste segmentul AB.



Observ că MN < AB.

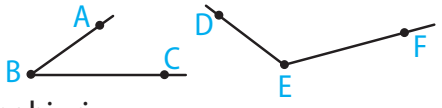
Este important să știm: Putem compara două segmente:
a) prin măsurare cu aceeași unitate de măsură;
b) prin „transportarea" unuia dintre segmente peste celălalt astfel încât să aibă un capăt comun și să se suprapună parțial.

Folosește ambele procedee pentru a compara segmentele CF *și* EG.



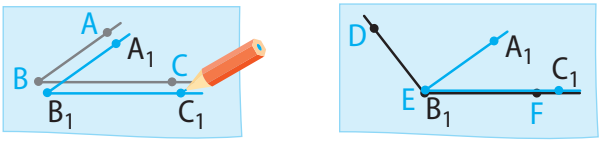
Cum comparăm două unghiuri?

Tic și Ema au avut de comparat cele două unghiuri din figură. Ei au procedat astfel:



Tic: Am măsurat cu raportorul cele două unghiuri:
$\widehat{ABC} = 50°$; $\widehat{DEF} = 135°$; $50 < 135$.
Deci unghiul ABC este mai mic decât unghiul DEF.

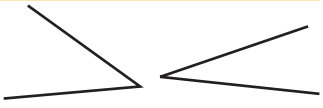
Ema: Am folosit o foaie de hârtie și am „transportat" unghiul ABC peste unghiul DEF:



Observ că $\widehat{ABC} < \widehat{DEF}$.

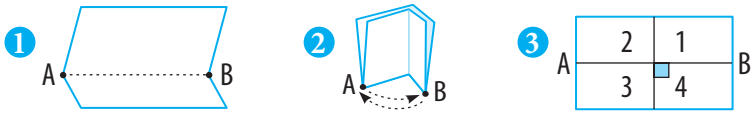
Este important să știm: Putem compara două unghiuri:
a) prin măsurare
b) prin „transportarea" unuia dintre unghiuri astfel încât cele două să aibă o latură comună, iar interioarele lor să se suprapună parțial.

Folosește ambele procedee pentru a compara unghiurile desenate în imagine.



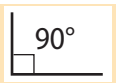
Ce este un unghi drept? Dar un unghi ascuțit?

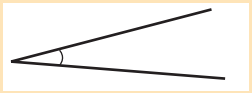
Îndoim o foaie de hârtie, ca în desenul alăturat. Observăm că, prin îndoirea foii, se formează patru unghiuri care se suprapun: așadar, cele patru unghiuri sunt congruente. Fiecare dintre aceste unghiuri se numește unghi drept.



Este important să știm:

- Un unghi drept este unghiul cu măsura de 90°.
- Unghiul care are măsura mai mică decât a unui unghi drept se numește unghi ascuțit.
- Unghiul care are măsura mai mare decât a unui unghi drept, dar mai mică decât a două unghiuri drepte se numește unghi obtuz.



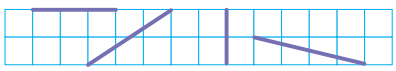




Desenează un unghi cu măsura de 130°. Precizează dacă este ascuțit sau obtuz.

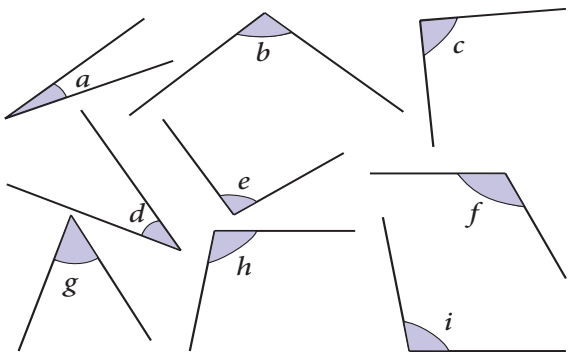
Exersăm, învățăm!

1. Care dintre segmentele desenate este cel mai mare? De ce?



2. a) Folosește un echer pentru a identifica unghiurile ascuțite, drepte sau obtuze.

b) Scrie aceste unghiuri în ordinea crescătoare a măsurilor lor.



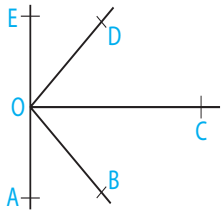
3. Pentru figura alăturată, numește:

a) toate unghiurile drepte;

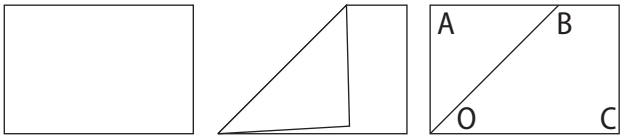
b) toate unghiurile obtuze;

c) toate unghiurile ascuțite.

Verifică cu ajutorul unui echer corectitudinea observațiilor.



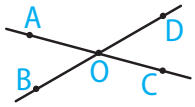
4. Mati a îndoit o foaie de hârtie ca în imagine, astfel ca două laturi să se suprapună.



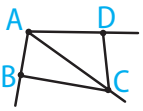
După ce a dezdoit foaia, a marcat pe aceasta punctele A, B, C, și O, ca în figură. Calculează măsurile unghiurilor AOB și BOC.

Alege și rezolvă în 5 minute!

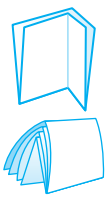
A Enumeră toate unghiurile obtuze care apar în această figură.



B Pentru figura alăturată, compară prin măsurare segmentele CB și CD și unghiurile BAC și CAD.



C Îndoaie o foaie de hârtie în 4, apoi în 8, ca în imagine. Desfă foaia, apoi calculează măsurile tuturor unghiurilor care au apărut pe aceasta.



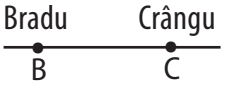
Simetrie

Cum determinăm mijlocul unui segment?



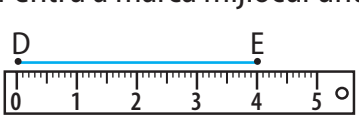
Simetria se întâlnește frecvent în natură.

Pe șoseaua dintre Bradu (B) și Crângu (C) trebuie amplasată o stație de pompare a apei potabile, astfel ca stația să fie la distanțe egale față de cele două localități. Aceasta înseamnă să determinăm mijlocul segmentului BC.

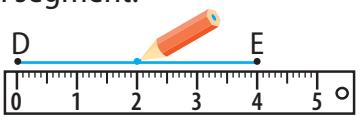


Este important să știm: Mijlocul unui segment este un punct ce determină pe segmentul dat două segmente congruente.

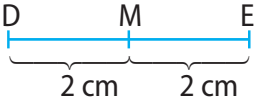
Pentru a marca mijlocul unui segment:



• măsurăm segmentul



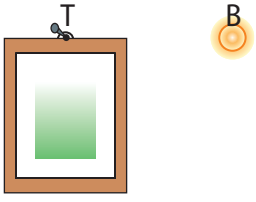
• împărțim la 2 măsura



• marcăm mijlocul.

Desenează pe caietul tău un segment și marchează mijlocul acestuia.

Ce este simetricul unui punct față de un punct dat?



În galeria de artă, tablourile trebuie așezate de o parte și de alta a sursei de lumină (B), la distanțe egale. Primul tablou a fost deja așezat; unde ar trebui așezat al doilea tablou?

Este important să știm: Simetricul punctului M față de punctul O este un punct N, pentru care O este mijlocul lui MN.

Pentru a construi simetricul lui M față de O:



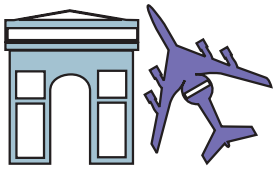
• trasăm dreapta MO;



• alegem punctul N astfel ca OM = ON.

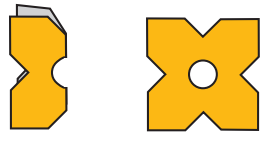
Fixează două puncte A și B pe caiet, apoi trasează simetricul lui B față de A.

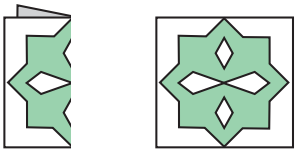
Cum recunoaștem figurile care au axă de simetrie?



Aceste imagini au o axă de simetrie.

Copiii au decupat din hârtie șervețele decorative. Descrie cum au procedat. Construiește în același fel alte modele.

① 

② 

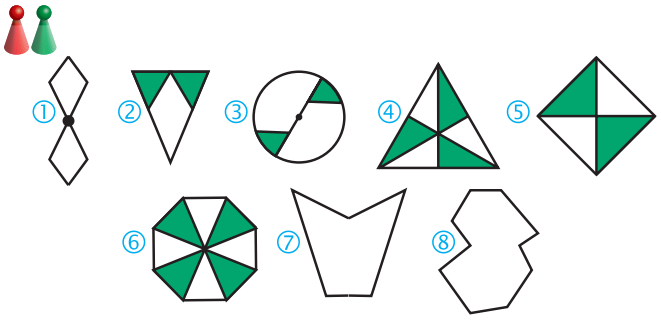
Este important să știm:
O dreaptă este axă de simetrie pentru un desen/o imagine dacă, îndoind foaia de hârtie pe care este realizat desenul de-a lungul dreptei respective, cele două părți ale desenului coincid prin suprapunere.

Trasează axele de simetrie ale figurilor alăturate: E M A

Exersăm, învățăm!

1. Desenează pe caietul tău două segmente. Marchează pe fiecare dintre acestea mijlocul.

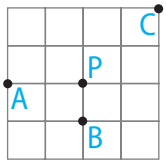
2. Câte axe de simetrie admite fiecare desen?



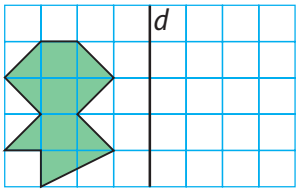
3. Care dintre cifrele de mai jos admit:
a) o axă de simetrie; **b)** două axe de simetrie?

1 2 3 4 5
6 7 8 9 0

4. Folosește rețeaua de pătrățele pentru a desena simetricele punctelor A, B și C față de P.



5. Folosește rețeaua de pătrățele pentru a desena simetrica figurii colorate față de dreapta *d*.

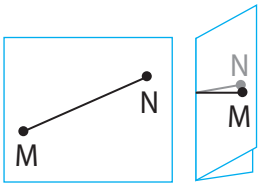


6. Desenează trei segmente care au același mijloc.

7. Folosind simetria, putem desena modele decorative. Construiește benzi decorative asemănătoare celei de mai jos.

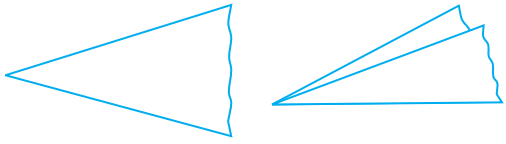


8. Mati susține că poate determina mijlocul unui segment desenat pe o foaie de hârtie, fără să folosească rigla.



Pentru aceasta, el a îndoit foaia de hârtie, astfel ca să suprapună capetele segmentului. Repetă și tu experimentul lui Mati și explică unde este mijlocul segmentului.

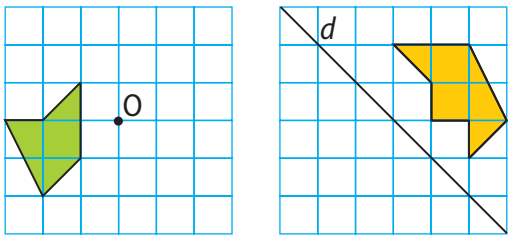
9. Ana a decupat din hârtie un unghi cu măsura de 40° și a îndoit figura, astfel ca laturile unghiului să se suprapună.



a) Completează: semidreapta obținută prin îndoire este … a unghiului.

b) Prin îndoire, s-au format două noi unghiuri. Ce măsură are fiecare dintre acestea?

10. Folosește rețeaua de pătrățele a caietului și desenează simetricele figurilor colorate:
a) față de punctul O; **b)** față de dreapta *d*.

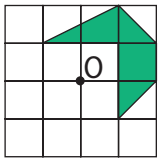


Alege și rezolvă în 5 minute!

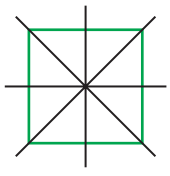
A Desenează figura, apoi determină axa ei de simetrie și marchează mijloacele tuturor laturilor pătratului exterior.



B Folosește rețeaua de pătrățele pentru a desena simetrica figurii colorate față de punctul O.



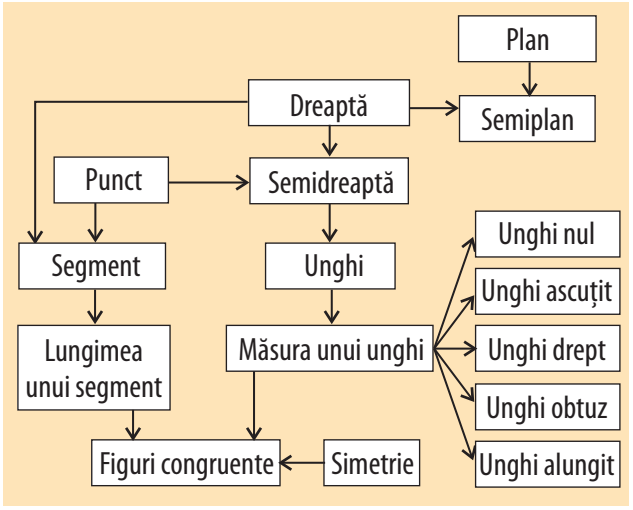
C Un pătrat are patru axe de simetrie. Desenează o figură geometrică care are 6 axe de simetrie.



Ce știu? Cât știu? Cum știu?

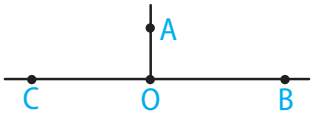
Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să identific elemente ale figurilor geometrice;
- să măsor lungimea unui segment sau să determin măsura unui unghi;
- să construiesc segmente congruente sau unghiuri congruente:
- să determin axe de simetrie ale unei figuri geometrice.

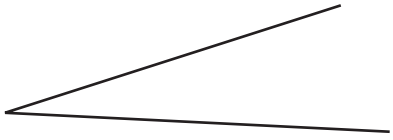


Testul 1

1. Pentru figura alăturată, denumește un segment, o semidreaptă și un unghi.



2. Construiește pe caietul tău un unghi congruent cu unghiul din imagine.

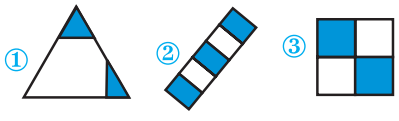


3. Desenează:

a) un segment CD cu lungimea de 5 cm, apoi un segment AB congruent cu CD.

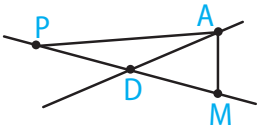
b) un unghi obtuz, notat MPN, apoi un unghi cu măsura mai mică decât a unghiului MPN.

4. Scrie numerele figurilor care admit cel puțin o axă de simetrie.

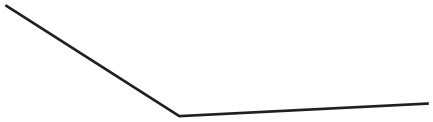


Testul 2

1. Pentru figura alăturată, denumește un segment, o semidreaptă și un unghi.



2. Construiește pe caietul tău un unghi congruent cu unghiul din imagine.

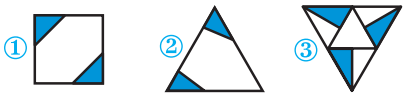


3. Desenează:

a) un segment OB cu lungimea de 3 cm, apoi un segment MN congruent cu OB.

b) un unghi ascuțit, notat CED, apoi un unghi cu măsura mai mare decât a unghiului CED.

4. Scrie numerele figurilor care admit cel puțin o axă de simetrie.



Proiect

Construim machete

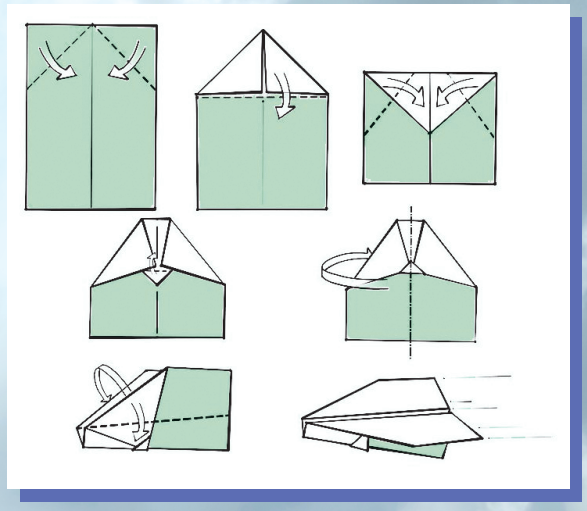


Planul de lucru

- *Materiale necesare:* coli de hârtie cu pătrățele.
- *Scop:* Veți face calcule și veți realiza macheta unui avion, pe care o veți compara cu un avion „adevărat”.

Realizarea proiectului

- *Lucrați în echipe de câte doi-trei sau patru colegi.*
  - Fiecare membru al echipei construiește un avion din hârtie: acesta reprezintă macheta unui avion „adevărat”. Un posibil model este cel din desenul alăturat.
  - Puteți folosi hârtie colorată sau puteți picta avionul după dorință; puteți folosi coli de hârtie de diferite dimensiuni.
  - Măsurați dimensiunile machetelor construite de voi (lungimi de laturi, măsuri de unghiuri). Utilizați o foaie cu pătrățele și realizați o schiță cât mai exactă a avionului (de exemplu, desenați forma aripilor și forma „fuselajului”) și treceți pe această schiță dimensiunile măsurate. Folosind pătrățelele de pe foaie, estimați aria unei aripi a machetei.
  - Realizați un referat în care prezentați calculele făcute și estimați dimensiunile unui avion „real”, plecând de la presupunerea că macheta voastră este realizată la scara 1:1000 (adică, la 1 cm din machetă corespund 1000 cm în realitate). Includeți in referat imagini sau desene ale unor avioane despre care considerați că seamănă cu macheta voastră.



Interacțiune

- Discutați etapele proiectului și împărțiți sarcinile în cadrul echipei.
- *Lucrați inter-echipe.*
  - Schimbați referatul echipei voastre cu referatul realizat de o altă echipă.
  - Verificați corectitudinea calculelor făcute de echipa parteneră.

Prezentare

- *Lucrați cu toată clasa.*
  - Prezentați referatele în parteneriat: câte un reprezentant din fiecare echipă.

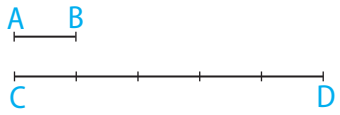


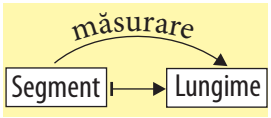
Primul zbor din istoria omenirii cu un aparat mai greu decât aerul, care s-a ridicat de la sol prin mijloace proprii, a fost realizat de un român: Traian Vuia. În data de *18 martie 1906*, Traian Vuia a reușit să zboare cu avionul inventat de el.

Măsurarea lungimilor. Perimetre

Ce înseamnă a măsura lungimea unui segment?

Segmentul AB se cuprinde de 5 ori în segmentul CD.
În acest caz, segmentul AB se consideră unitate de măsură a segmentului CD. Numărul 5 reprezintă măsura segmentului CD în raport cu unitatea de măsură considerată.





Este important să știm: A măsura un segment înseamnă a afla de câte ori se cuprinde o anumită unitate de măsură în acel segment. Numărul obținut reprezintă lungimea segmentului.

Prin convenție internațională, unitatea principală de măsurat lungimile este metrul. În afară de metru, se folosesc și alte unități de măsură:

Submultiplii metrului

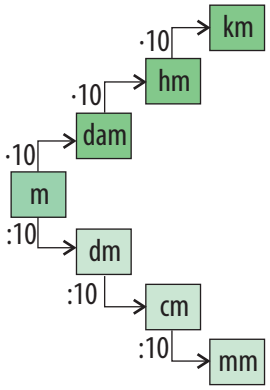
- decimetrul (dm) → 1 dm = 0,1 m
- centimetrul (cm) → 1 cm = 0,1 dm = 0,01 m
- milimetrul (mm) → 1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

Multiplii metrului

- decametrul (dam) → 1 dam = 10 m
- hectometrul (hm) → 1 hm = 10 dam = 100 m
- kilometrul (km) → 1 km = 10 hm = 100 dam = 1000 m

De câte ori se cuprinde un decimetru într-un decametru?

Cum efectuăm transformări?



Să observăm: Creionul a fost măsurat cu două unități de măsură diferite.



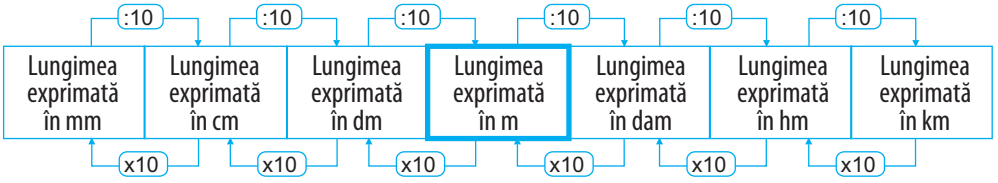
Sunt 6 unități .

Sunt 12 unități .

Prin măsurarea aceleiași lungimi cu unități de măsură diferite, se obțin ca rezultate numere diferite: rezultatul măsurării cu o unitate de măsură mai mare este mai mic.

 $= \times 2$; $6 = 12 : 2$

Este important să știm: Când transformăm rezultatul unei măsurători dintr-o unitate de măsură dată într-o unitate mai mare, obținem un rezultat mai mic.

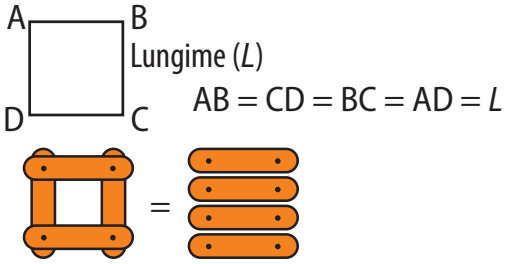


Folosește schema și transformă în metri: 120 m = ? dm = ? dam

Cum calculăm perimetre?

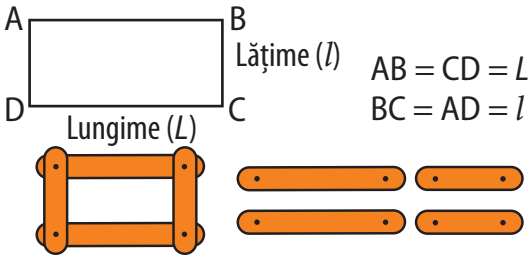
Tic și Geo au confecționat din bare din lemn două rame de tablouri.
Ei au calculat lungimea totală a barelor folosite în fiecare caz în parte.

Rama lui Tic are formă de pătrat.



Perimetrul $4 \times L$

Rama lui Geo are formă de dreptunghi.



Perimetrul = $2 \times L + 2 \times l$

Este important să știm:

- Perimetrul unei figuri geometrice este suma lungimilor laturilor figurii.
- Pentru a calcula perimetrul pătratului, folosim formula: $P = 4 \cdot L$.
- Pentru a calcula perimetrul dreptunghiului, folosim formula: $P = 2 \cdot (L + l)$.

Exprimă în decimetri perimetrul unui pătrat cu latura de 26,4 m.

Exersăm, învățăm!

1. Ana, Tic, Mati și Ema au măsurat lungimea băncii folosind ca unitate de măsură câte un creion. Ei au obținut rezultatele din tabel:

Lungimea băncii (în creioane)			
Ana	Tic	Mati	Ema
10	17	12	14

Al cui creion e cel mai lung? Dar cel mai scurt?

2. Care lungime este mai mare:
a) 8 cm sau 98 mm? **b)** 37 mm sau 4 cm?

3. Indică unitățile de măsură folosite, știind că:
a) lungimea sălii de clasă = 8...;
b) lățimea unui caiet = 12...;
c) lungimea unui teren = 5... .

4. Un pătrat are latura de 21,5 cm. Care este perimetrul lui?

5. Ce perimetru are un dreptunghi cu lungimea de 12 dm și lățimea de 70 cm?

6. Ce lungime are latura unui pătrat cu perimetrul de 0,12 m?

7. Ce lățime are un dreptunghi cu lungimea de 38 cm și perimetrul de 8 dm?

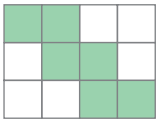
8. Pentru împrejmuirea cu 3 rânduri de sârmă a unui teren având perimetrul de 925 m s-au cumpărat 30 de role de sârmă de 1 hm fiecare. Care este lungimea sârmei rămase?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Folosește rigla și echerul și desenează un pătrat cu latura de 12 cm. Exprimă în dm și în m perimetrul pătratului.

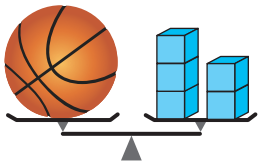
B Un dreptunghi are perimetrul de 35,7 dm și lungimea de două ori mai mare decât lățimea. Calculează în cm lungimile laturilor dreptunghiului.

C Tic a desenat pe rețeaua de pătrate cu latura de 1 cm o figură geometrică. Află perimetrul figurii desenate de Tic, apoi propune o figură cu perimetrul mai mare.



Măsurarea maselor

Ce înseamnă a măsura masa unui corp?



Balanța din imagine este în echilibru. Mingea cântărește cât 5 cubulețe. În acest caz, un cubuleț se consideră unitate de măsură pentru masa mingii. Numărul 5 reprezintă măsura masei în raport cu unitatea de măsură considerată.

Este important să știm:
Masa unui obiect exprimă proprietatea lui de a fi mai ușor sau mai greu decât un alt obiect. A măsura masa unui obiect înseamnă a vedea de câte ori se cuprinde masa unei unități de măsură în masa acelui obiect, adică a afla câte unități de masă cântăresc tot atât cât obiectul respectiv. Rezultatul măsurării masei este un număr.

Unitatea de măsură standard pentru masă este kilogramul (kg).
Se mai folosesc:

Submultiplii kilogramului

- hectogramul (hg) → 1 hg = 0,1 kg
- decagramul (dag) → 1 dag = 0,01 kg
- gramul (g) → 1 g = 0,001 kg
- decigramul (dg) → 1 dg = 0,1 g
- centigramul (cg) → 1 cg = 0,01 g
- miligramul (mg) → 1 mg = 0,001 g

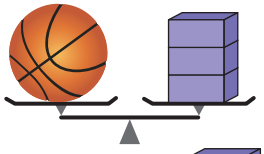
Multiplii kilogramului

- chintalul (q) → 1 q = 100 kg
- tona (t) → 1 t = 10 q = 1000 kg
- vagonul (v) → 1 v = 10 t = 100 q = 10 000 kg

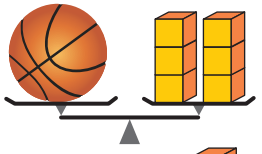
De câte ori se cuprinde un decigram într-un kilogram?

Cum efectuăm transformări?

Mingea a fost cântărită folosind două unități de măsură diferite.



Sunt 3 unități



Sunt 6 unități

Prin măsurarea masei aceluiași obiect cu unități de măsură diferite, se obțin ca rezultate numere diferite: rezultatul măsurării cu o unitate de măsură mai mare este mai mic. = × 2; 3 = 6 : 2.

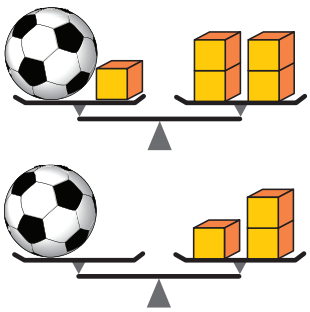
Este important să știm: Când transformăm rezultatul unei măsurători dintr-o unitate de măsură dată într-o unitate mai mică, obținem un rezultat mai mare.

De aceea: 1 kg = 1 dag × 100; 4,13 kg = 413 dag; 4,13 = 413 : 100.

Transformă în grame: 31,4 dag; 31,4 dg.

Cum folosim modelul balanței pentru a afla numere necunoscute?

Folosim ca unitate de măsură un cubuleț. Cât cântărește mingea?



Dacă înlăturăm de pe ambele talere aceleași obiecte, balanța rămâne în echilibru.

Descriem simbolic această egalitate astfel:

$x + 1 = 4$

$x + 1 - 1 = 4 - 1$

$x = 3$

Deci mingea cântărește cât 3 cubulețe.

Află numărul necunoscut y, știind că $y + 8 = 15$.

Exersăm, învățăm!

1. Transformă:

a) în grame: 30 kg; 200 hg; 300 kg;

b) în tone: 2 000 kg; 40 g; 5 400 hg;

c) în chintale: 3,25 t; 345 kg; 43 kg;

d) în hectograme: 2,5 kg; 785 dag; 420 g.

2. Înlocuiește ? cu unitatea de măsură corespunzătoare:

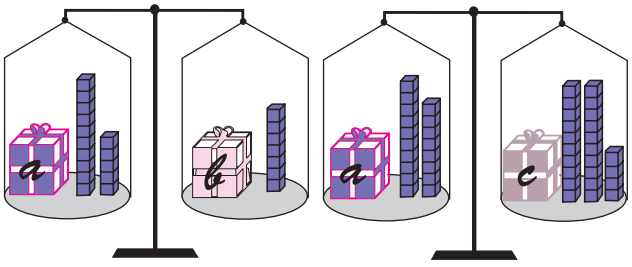
a) 7 340 g = 7,34 ?; **c)** 80 dag = 8 ?;

b) 2,4 hg = 240 ?; **d)** 342 dag = 3,42 ?.

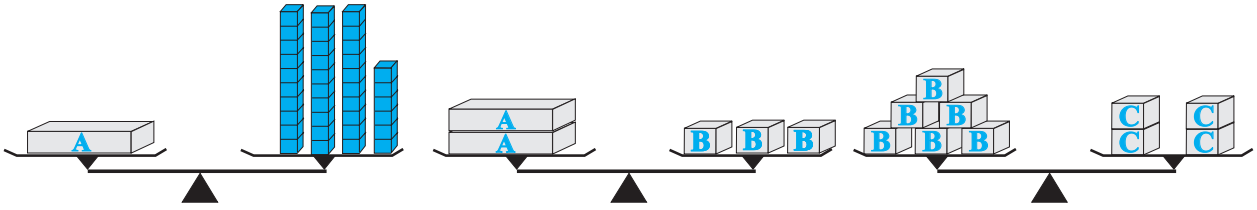
3. Care masă este mai mare?

a) 25 dg sau 20 g? **b)** 10 dag sau 98 g?

5. Mati a comparat masele a trei pachete notate a, b, c în figura de mai jos. Pentru aceasta, el a făcut numai două cântăriri. Spune, privind desenele, care pachet este cel mai ușor și care este cel mai greu?



4. Imaginile următoare arată trei balanțe în echilibru.
Exprimă masele cutiilor notate A, B, C, folosind ca unitate de măsură .



Alege și rezolvă în 5 minute!

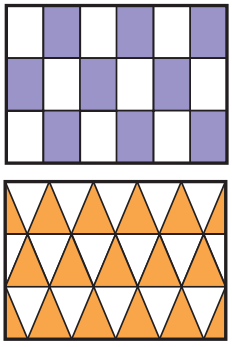
A Transformă în kg: 360 g; 1,3 t; 24,5 hg.

B Află ce masă trebuie adăugată la 435 kg, pentru a obține 0,75 t. Procedează în două moduri.

C Dintre 7 monede identice, una este falsă, fiind mai ușoară decât celelalte. Cum putem determina moneda falsă prin numai două cântăriri cu o balanță cu brațe egale?

Măsurarea ariilor

Ce înseamnă a măsura o suprafață?



Pentru realizarea pardoselilor, se folosesc plăci de gresie, îmbinate astfel încât să nu rămână porțiuni neacoperite.

Podeaua poate fi acoperită cu 18 plăci de formă dreptunghiulară.

Aceeași suprafață poate fi acoperită cu 30 de plăci de formă triunghiulară.

În fiecare dintre cele două cazuri, placa de gresie se consideră unitatea de măsură a suprafeței podelei. Numerele 18, respectiv 30 reprezintă măsura suprafeței, în raport cu unitățile de măsură considerate.

măsurare

Suprafață ⟼ Arie

Este important să știm:

- A măsura o suprafață înseamnă a afla de câte ori se cuprinde o anumită unitate de măsură în acea suprafață.
- Numărul obținut reprezintă aria suprafeței.
- Oricărei suprafețe îi corespunde, prin măsurare, un număr.

Unitatea de măsură standard pentru suprafețe este metrul pătrat (m^2). Acesta este un pătrat cu lungimea laturii egală cu 1 m. Se folosesc și:

Submultiplii metrului pătrat

- decimetrul pătrat (dm^2) → $1 dm^2 = 0{,}01\ m^2$
- centimetrul pătrat (cm^2) → $1\ cm^2 = 0{,}01 dm^2 = 0{,}0001\ m^2$
- milimetrul pătrat (mm^2) → $1 mm^2 = 0{,}01\ cm^2 = 0{,}0001\ dm^2 = 0{,}000001\ m^2$

Multiplii metrului pătrat

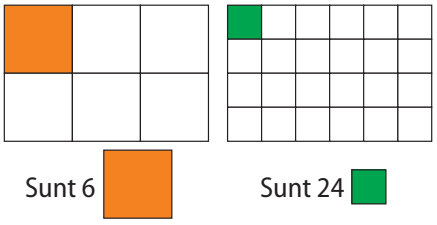
- decametrul pătrat (dam^2) → $1\ dam^2 = 100\ m^2$
- hectometrul pătrat (hm^2) → $1\ hm^2 = 100\ dam^2 = 10000\ m^2$
- kilometrul pătrat (km^2) → $1\ km^2 = 100\ hm^2 = 10000\ dam^2 = 1000000\ m^2$

De câte ori se cuprinde un decimetru pătrat într-un decametru pătrat?

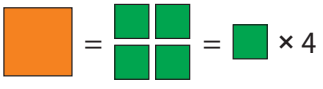
Cum efectuăm transformări?

Să observăm:

Suprafața dreptunghiului a fost măsurată cu două unități de măsură diferite.



Prin măsurarea aceleiași suprafețe cu unități de măsură diferite, se obțin ca rezultate numere diferite: rezultatul măsurătorii cu o unitate de măsură mai mare este mai mic.



$6 = 24 : 4$

Este important să știm:

Când transformăm rezultatul unei măsurători dintr-o unitate de măsură dată într-o unitate mai mare, obținem un rezultat mai mic.

De aceea: $1\ dm^2 = 1\ cm^2 \times 100$; $3{,}2\ dm^2 = 320\ cm^2$; $3{,}2 = 320 : 100$

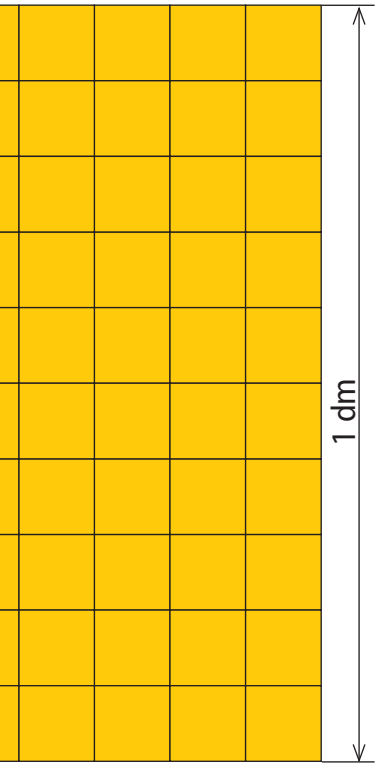
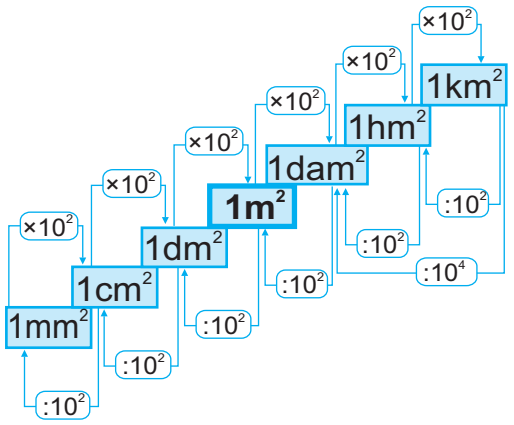


Figura geometrică din stânga are toate laturile de 1 dm. Exprimă aria ei în cm^2.

Exersăm, învățăm!

1. Schema indică modul cum cresc sau descresc unitățile de măsură pentru suprafață.



a) Explică schema.

b) Folosește „scara" pentru a răspunde la întrebări:

- De câte ori este mai mare 1 dam² decât 1 cm²?
- De câte ori este mai mic 1 dm² decât 1 m²?
- De câte ori este mai mare 1 m² decât 20 dm²?

2. Pentru un pavaj se folosesc plăci de mozaic cu suprafața de 120 cm², așezate în 42 de rânduri a câte 12 plăci fiecare. Află aria suprafeței pavate.

3. Mati afirmă că două figuri geometrice congruente au arii egale, dacă măsurăm ariile lor cu aceeași unitate de măsură. Ce crezi, este adevărat? De ce?

4. Tic a inventat un mod de citire a numerelor ce reprezintă arii, asemănător celui în care citim numere zecimale. Pentru aceasta, el a completat în tabelul de mai jos aria de 953,854 dam², punând virgula după coloana dam², apoi a citit:

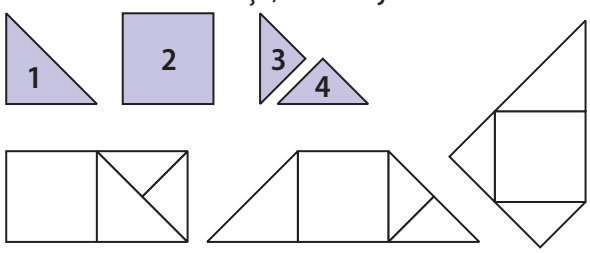
hm²		dam²		m²		dm²		cm²	
	9	5	3	8	5	4			

953,854 dam² = 9 hm² 53 dam² 85 m² 40 dm²

a) Este corect modul în care citește Tic ariile? Explică de ce.

b) Procedează la fel pentru a citi 32,145 m².

5. Ana a decupat pentru fratele său mai mic patru figuri din carton, ca în imagine. Fratele Anei a format, prin alăturarea acestor „piese", diverse construcții, ca mai jos.



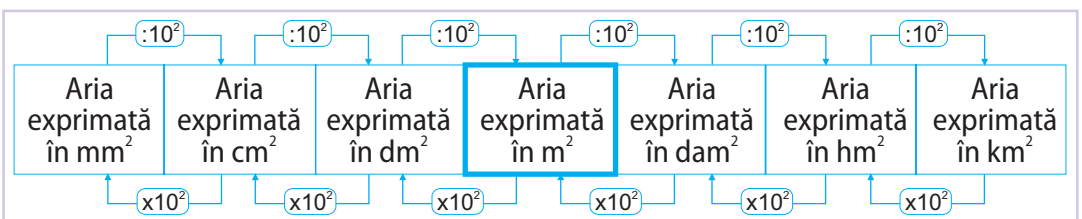
Precizează care dintre aceste „construcții" are aria cea mai mare și justifică afirmația făcută.

6. Folosește schema de mai jos pentru a efectua transformările:

a) 8 m² = ? cm² = ? dam²;

b) 250 hm² = ? dm² = ? km²;

c) 174 cm² = ? mm² = ? m².

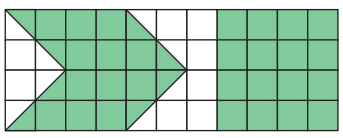


Alege și rezolvă în 5 minute!

A Transformă în m²:
320 dm² = ...; 14 dam² = ...

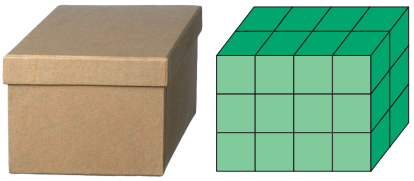
B Justifică printr-un desen de ce 1 dm² = 100 cm².

C Arată că figurile colorate din imagine au arii egale.



Măsurarea volumelor

Ce înseamnă a măsura volumul?



Cutia de carton și construcția realizată din cubulețe identice au aceeași formă și aceleași dimensiuni. Observăm că au fost folosite 24 de cubulețe pentru această construcție. Numărul 24 reprezintă volumul cutiei, în raport cu unitatea de măsură aleasă (adică ).

Este important să știm: A măsura volumul unui corp înseamnă a afla de câte ori folosim o unitate de măsură pentru a reconstitui corpul respectiv.

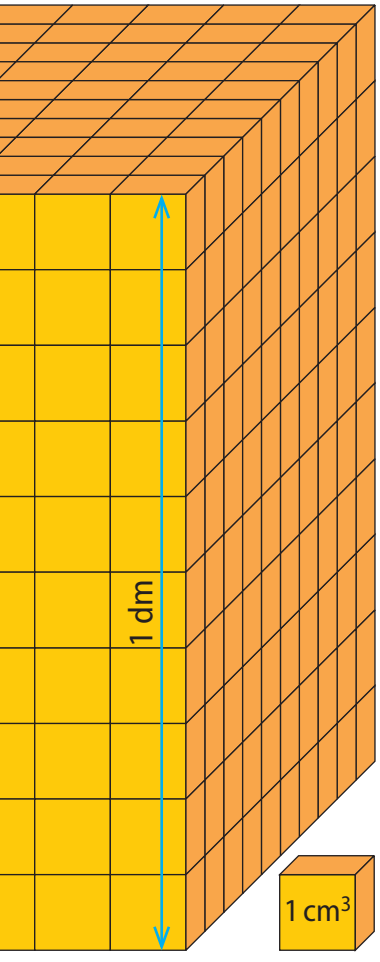
Unitatea de măsură standard pentru volumul unui corp este metrul cub (m^3); el este un cub cu muchia de un metru.

Submultiplii metrului cub

- decimetrul cub (dm^3) → $1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$
- centimetrul cub (cm^3) → $1\ cm^3 = 0{,}001\ dm^3 = 0{,}000001\ m^3$
- milimetrul cub (mm^3) → $1\ mm^3 = 0{,}001\ cm^3 = 0{,}000001\ dm^3 = 0{,}000000001\ m^3$

Multiplii metrului cub

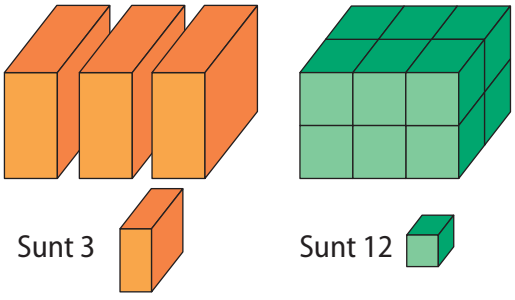
- decametrul cub (dam^3) → $1\ dam^3 = 10^3\ m^3$
- hectometrul cub (hm^3) → $1\ hm^3 = 10^3\ dam^3 = 10^6\ m^3$
- kilometrul cub (km^3) → $1\ km^3 = 10^3\ hm^3 = 10^6\ dam^3 = 10^9\ m^3$



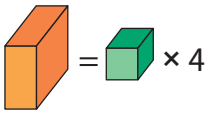
De câte ori se cuprinde un decimetru cub într-un decametru cub?

Cum efectuăm transformări?

Să observăm:
Volumul a fost măsurat folosind unități de măsură diferite.



Prin măsurarea *aceluiași* volum cu unități de măsură diferite, se obțin ca rezultate *numere diferite*: rezultatul măsurătorii cu o unitate de măsură mai mică, este mai mare.

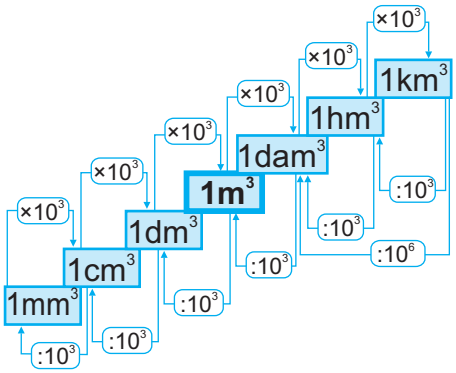
 $= \square \times 4$ $\qquad 3 = 12 : 4$

De aceea: $1\ dm^3 = 1\ cm^3 \times 1000$
$3{,}45\ dm^3 = 3450\ cm^3$
$3{,}45 = 3450 : 1000$

- *Transformă în decimetri cubi:* $72{,}85\ m^3$; $72{,}85\ cm^3$; $72{,}85\ dam^3$.
- *Corpul geometric din stânga are toate muchiile de* 1 dm. *Ce volum are?*

Exersăm, învățăm!

1. Schema indică modul cum cresc sau descresc unitățile de măsură pentru volum.



a) Explică schema.

b) Folosește „scara" pentru a răspunde la întrebări:

- De câte ori este mai mare 1 dm^3 decât 1 mm^3?
- De câte ori este mai mic 1 m^3 decât 1 hm^3?
- De câte ori este mai mare 1 m^3 decât 10 dm^3?

2. Pentru a citi numerele ce reprezintă volume, Geo a grupat cifrele câte trei, începând de la virgulă, atât spre dreapta, cât și spre stânga.

m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
		7	3	7	5	8	4				
	2	3	9	2	1	6					

De exemplu, Geo citește:

7,37584 m^3 = 7 m^3 375 dm^3 840 cm^3

23921,6 dm^3 = 23 m^3 921 dm^3 600 cm^3

Procedează la fel pentru a citi următoarele volume: 15,467 cm^3; 2,1596 m^3.

3. Transformă

a) în dm^3: 2 cm^3; 2m^3; 2mm^3;

b) în cm^3: 3 dm^3; 6480 mm^3; 8,6 mm^3.

4. Transformă

a) în m^3: 43,5 dm^3; 708 cm^3; 0,80 dm^3;

b) în mm^3: 2 m^3; 0,08 dm^3; 8,4 cm^3.

5. Înlocuiește ? cu răspunsul corect:

a) 2430 dm^3 = ? m^3 = ? cm^3;

b) 45 dm^3 = ? m^3 = ? cm^3.

6. Transformă în milimetri cubi și scrie rezultatul folosind produse cu puteri ale lui 10.

a) 4,85 m^3; **b)** 980 m^3;

c) 8420 cm^3; **d)** 9482 dm^3;

e) 802 hm^3; **f)** 0,8 dam^3.

7. Copiază și completează tabelul:

m^3	dm^3	cm^3
8,7	?	?
?	25,5	?
?	?	909

8. Tic a turnat apă până la jumătatea acvariului. După aceea, a pus pietriș și pești. Ce s-a întâmplat cu:

a) nivelul apei;

b) volumul apei din acvariu?

9. Într-un vas gradat se află 100 cm^3 de apă. Se introduce în vas o bilă și nivelul apei se ridică, indicând un volum de 115 cm^3. Care este volumul bilei?

Alege și rezolvă în 5 minute!

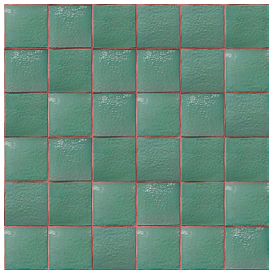
A Transformă în m^3:
0,35 dam^2 = ...; 1,35 dm^3 = ...

B Justifică printr-un desen de ce 1 dm^3 = 1000 cm^3.

C Pune unități de măsură potrivite pentru ca:
0,04 ☐ + 2100 ☐ = 42,1 cm^3.

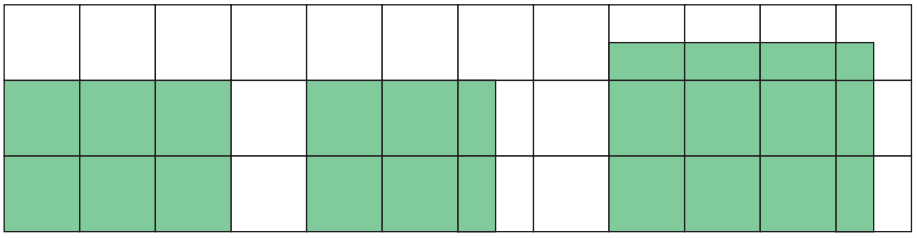
Calculul ariilor și al volumelor

Cum calculăm arii folosind formule?



Putem calcula rapid aria unui hol acoperit cu plăci pătrate de gresie.

Pătrățelele din rețea au latura de 1 cm. Măsurăm ariile dreptunghiurilor reprezentate, luând ca unitate de măsură pătratul din rețea (adică cm^2).



Aria = 6 cm^2
$6 = 3 \cdot 2$

Aria = 5 cm^2
$5 = 2{,}5 \cdot 2$

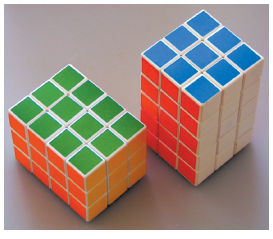
Aria = 8,75 cm^2
$8{,}75 = 3{,}5 \cdot 2{,}5$

Este important să știm: Aria unui dreptunghi este egală cu produsul dintre lungime și lățime (exprimate în aceeași unitate de măsură).

Pătratul este un dreptunghi cu laturile egale. De aceea, aria unui pătrat este egală cu puterea a doua a lungimii laturii sale.

Exprimă în decimetri pătrați aria unui pătrat cu latura de 35 cm.

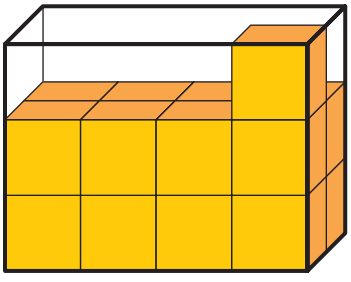
Cum calculăm volume folosind formule?



Folosind formulele, putem calcula volumul oricărui corp de tipul cubului Rubik.

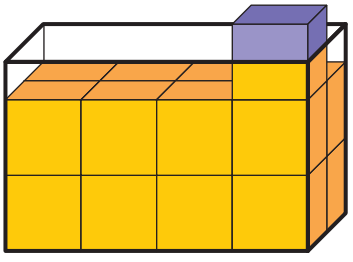
Folosind cuburi cu latura de 1 dm (sau bucăți din acestea), au fost umplute câteva cutii din carton.

Observați desenele!



Volumul = 24 dm^3
$24 = 4 \cdot 2 \cdot 3$

Cuburile din rândul de sus trebuie tăiate pe jumătate



Volumul = 20 dm^3
$20 = 4 \cdot 2 \cdot 2{,}5$

Este important să știm: Volumul paralelipipedului dreptunghic este egal cu produsul măsurilor celor trei dimensiuni (lungime, lățime, înălțime), exprimate în aceeași unitate de măsură.

Cubul este un paralelipiped dreptunghic cu toate muchiile egale. De aceea, volumul cubului este egal cu puterea a treia a lungimii muchiei sale.

Exprimă în dm^3 volumul unui cub cu muchia de 15 cm.

Exersăm, învățăm!

1. Copiază, apoi completează tabelul:

Muchia cubului	Volumul cubului			
	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
8 m	?	?	?	?
14 dm	?	?	?	?
12 dm	?	?	?	?
6,4 dm	?	?	?	?

2. Laturile unui dreptunghi se exprimă în centimetri prin numere naturale. Aria sa este de 36 cm^2. Află perimetrul. Găsește toate soluțiile.

3. Laturile unui dreptunghi se exprimă în centimetri prin numere naturale. Perimetrul său este de 20 cm.

a) Află aria sa. Găsește toate soluțiile.

b) Care dintre dreptunghiurile identificate de tine are aria cea mai mare?

c) Formulează un rezultat general, apoi verifică acest rezultat pentru alte numere.

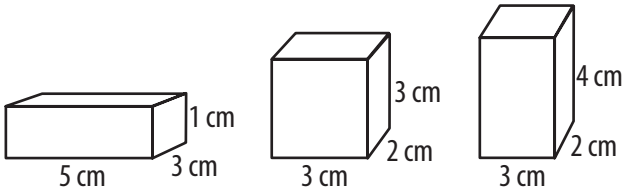
4. Un cub este alcătuit din 8 cuburi mai mici, de muchie 2 cm. Care este lungimea muchiei cubului mare? Ce volum are acesta?

5. O cutie în formă de paralelipiped dreptunghic are dimensiunile: 4 dm, 3 dm și 2 dm. Câte cuburi cu muchia de 1 cm pot fi așezate în cutie?

6. Câte cuburi cu muchia de o unitate sunt necesare pentru a construi un cub cu muchia egală cu:
a) 6 unități; **b)** 5 unități; **c)** 4 unități?

7. Un bloc de marmură de formă cubică are muchia de 0,65 dm. Află volumul său.

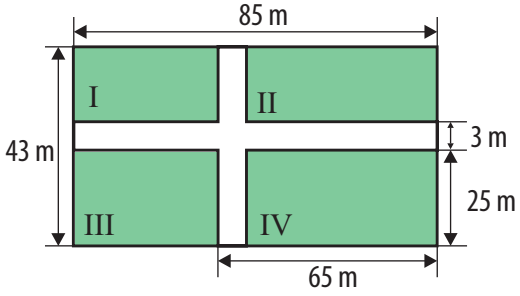
8. Calculează, pentru fiecare cuboid (paralelipiped dreptunghic) de mai jos, volumul și aria totală (suma ariilor fețelor).



9. Află volumul unui paralelipiped cu dimensiunile: **a)** 5 cm; 2,8 cm; 3,5 cm;
b) 0,8 m; 3,5 dm; 13 cm.

10. Un perete de 8,5 m^2 al unei bucătării urmează să fie acoperit cu plăci pătrate de faianță cu latura de 1 dm. Plăcile se vând în cutii de câte 50 de bucăți fiecare. Știind că 1 m^2 de faianță costă 43,5 lei, află câte cutii sunt necesare și care este prețul lor.

11. Un parc cu dimensiunile date în desen este străbătut de două alei de aceeași lățime. Ele delimitează patru parcele notate I, II, III, IV.
a) Află perimetrul parcelelor.
b) Află ariile aleilor și ale parcelelor.

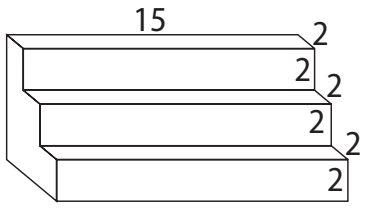


Alege și rezolvă în 5 minute!

A O cutie în formă de cub are latura de 2,5 dm.
a) Calculează volumul cutiei.
b) Pe toate fețele cutiei se lipește hârtie decorativă. Calculează aria întregii hârtii folosite pentru decorare.

B O cutie de formă paralelipipedică are dimensiunile de 40 cm, 25 cm și 15 cm. Ce înălțime ar trebui să aibă altă cutie, la care lungimea și lățimea au 50 cm, respectiv 20 cm, pentru ca ambele cutii să aibă același volum?

C



Calculează volumul podiumului din imagine (dimensiunile sunt date în dm).

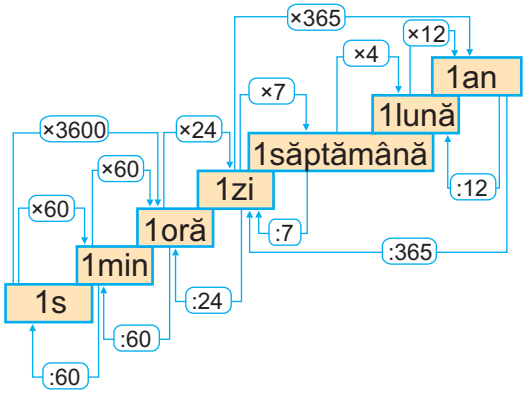
Măsurarea timpului. Unități monetare

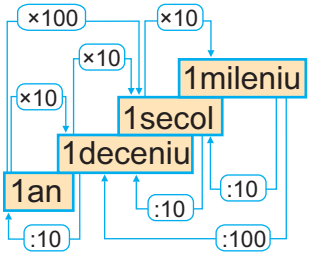
Cum măsurăm timpul?

Oamenii au inventat diverse instrumente pentru a măsura timpul.



Este important să știm:
Unitatea principală pentru măsurarea timpului (duratei) este secunda (s).





O lună are 28, 29, 30 sau 31 de zile. Un an are 365 sau 366 de zile, după cum luna februarie are 28 sau 29 de zile. Anii care au 366 de zile se numesc ani bisecți.

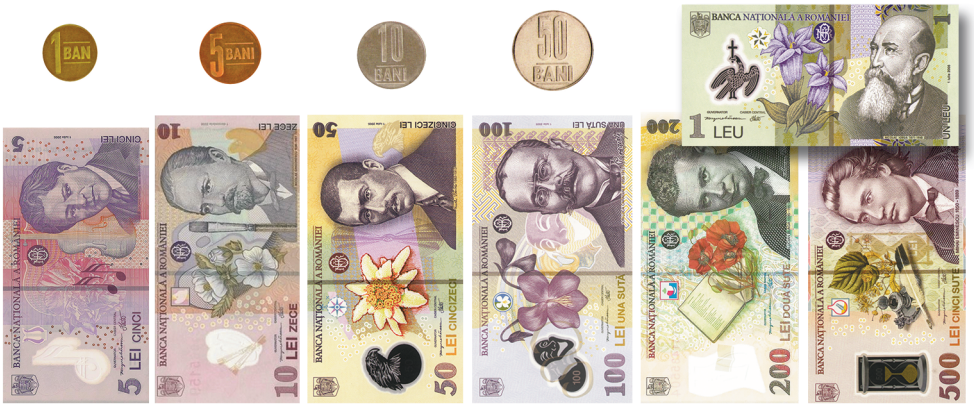
SĂ NE AMUZĂM

Acum e ora 3 noaptea și plouă. Ce crezi, peste 72 de ore ar putea să fie soare?

Transformă în ore și minute: 3900 s; 9000 s.

Care sunt unitățile monetare?

Monedele și bancnotele folosite în prezent în țara noastră sunt:



Pe bancnote apar portretele unor personalități din cultura și istoria României. Informează-te și povestește despre cine este vorba.

Ce sumă a fost plătită cu 3 bancnote de 50 lei și 2 bancnote de 100 lei?

Exersăm, învățăm!

1. Efectuează:

5 h 37 min + 2 h 23 min;

6 h 26 min + 4 h 15 min;

7 h 37 min + 6 h 48 min.

2. Geo pleacă de acasă la ora 10 și 45 minute și ajunge la școală la ora 11 și 30 minute. Cât timp a durat drumul?

3. Transformă în minute:

$\frac{1}{2}$ h; $\frac{3}{4}$ h; $\frac{1}{10}$ h; $\frac{1}{6}$ h; $\frac{1}{5}$ h; $\frac{1}{3}$ h; $\frac{2}{3}$ h; $\frac{2}{5}$ h.

4. Ceasul lui Tic o ia înainte cu 20 de secunde pe oră. Dacă îl potrivește luni la ora 8, ce oră va indica ceasul în lunea următoare la ora 8?

5. Efectuează:

23 min 44 s · 6;

25 min 44 s · 18;

4 h 15 min 23 s · 7;

9 h 45 min : 6;

12 h 24 min 24 s : 8;

18 h 36 min 27 s : 3.

6. Transformă în ore, minute și secunde:

1350 s; 3720 s; 6020 s; 15440 s.

7. Află cât timp s-a scurs între:

a) 1 mai 1700 și 1 mai 1900;

b) 1 iulie 1900 și 1 iulie 1997;

c) luni dimineață la ora 8 și duminică seara la ora 8, în aceeași săptămână;

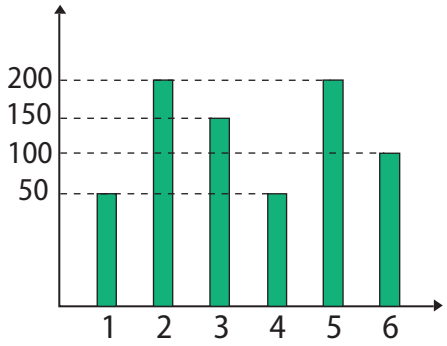
d) ieri, ora 12 și azi, ora 12;

e) 13 h 40 min, ieri și 18 h 30 min, azi.

8. Exprimă 97 ore, în zile și ore.

9. Pentru a-și cumpăra cărți, Ema a cheltuit, pe o perioadă de 6 luni, sumele notate în graficul de mai jos.

Care este media cheltuielilor lunare pentru cărți?



10. Câți ani obținem, dacă adunăm un sfert de mileniu cu trei sferturi de secol și cu o jumătate de deceniu?

11. O lecție de 40 de minute a început la ora 10:45. Exact la mijlocul lecției, pe geam a intrat o pasăre. La ce oră s-a întâmplat acest eveniment?

12. Când s-a dat startul în cursă, ceasul indica 10h 37min 40sec. Câștigătorul a parcurs cursa în 2h 31min 45sec. Ce arăta ceasul când acesta a trecut linia de sosire?

13. Avionul a decolat din București la ora 14:45, iar zborul până la Paris a durat 3 ore și 27 min. Franța este în alt fus orar față de România - atunci când la București este ora 9:00, la Paris este ora 8:00. Ce oră era la Paris când a aterizat avionul?

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Ceasul lui Dan arată ora 21:35. Ce va arăta ceasul peste 6 ore și 40 minute?

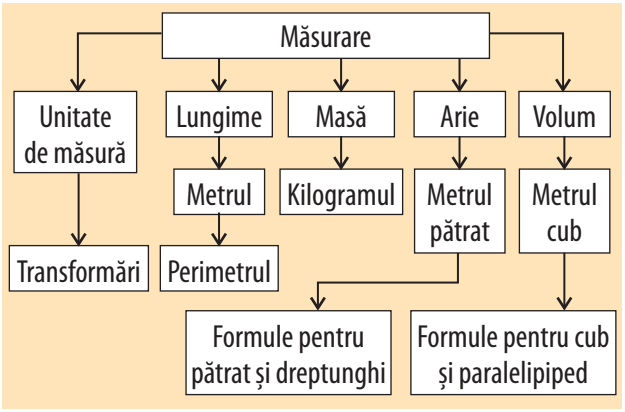
B Ceasul Anei arată ora 10:20. Ce arăta ceasul acum 14 ore și 30 minute?

C Mati s-a trezit noaptea și s-a uitat la ceas: acesta arăta ora 2, dar Mati și-a dat seama că era oprit. El a întors ceasul și a adormit din nou. Când s-a trezit dimineața, la radio se anunța ora 7, în timp ce ceasul arăta 6.30. La ce oră s-a trezit Mati?

Ce știu? Cât știu? Cum știu?

Rezolv testele pentru a verifica dacă pot:

- să aleg unități de măsură adecvate pentru măsurare;
- să transform unități de măsură standard;
- să aplic formule de calcul pentru arii sau volume;
- să estimez măsura unei mărimi.



Testul 1

1. Care dintre obiectele următoare pot fi folosite ca unitate de măsură pentru a măsura suprafețe?

a)  b) 

c)  d) 

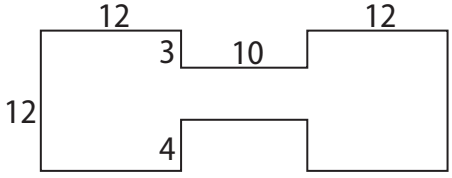
2. Transformă:

a) 32 g = ☐ kg;

b) 42 dam = ☐ cm;

c) 81 cm^2 = ☐ dm^2.

3. Calculează aria terenului din imagine (lungimile sunt măsurate în metri).



4. Observă sala de clasă în care te afli. Estimează (în m^2) suprafața acesteia.

Testul 2

1. Care dintre obiectele următoare pot fi folosite ca unitate de măsură pentru a măsura suprafețe?

a)  b) 

c)  d) 

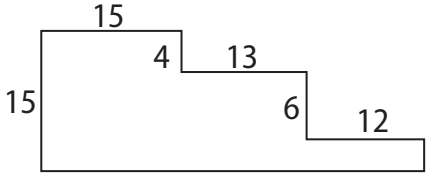
2. Transformă:

a) 51 m = ☐ mm;

b) 62 g = ☐ kg;

c) 39 dm^3 = ☐ m^3.

3. Calculează aria terenului din imagine (lungimile sunt măsurate în metri).



4. Observă tabla din sala ta de clasă. Estimează (în dm^2) suprafața acesteia.

Probleme recapitulative

1. **a)** Fiecare dintre numerele naturale de la 0 la 10 poate fi obținut folosind de cinci ori cifra 2 și operațiile studiate. Cum oare? Dacă este posibil, găsește de fiecarea dată mai multe soluții.

b) Ce alte numere pot fi obținute în acest fel? Dă trei exemple.

2. Descoperă cifrele ascunse.

a) $1\star\star \mid 1\star$; $\star 2 \mid 12$; $2\star$; $\star\star$; 0

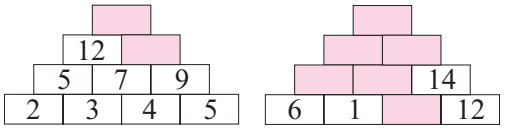
b) $\star 5\star 0 \mid 3\star$; $6\star \mid 2\star\star$; $17\star$; $\star\star 0$; 0

c) $6\star\star \mid 9$; $\star 3 \mid \star\star$; 35; $\star\star$; 8

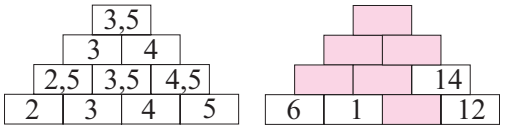
3. Un număr de patru cifre are cifra unităților zero. Dacă ștergem cifra unităților, obținem un număr cu 3 915 mai mic. Care este numărul?

4. Descoperă regula din primul joc, apoi completează după aceeași regulă triunghiurile următoare!

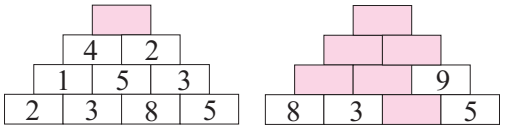
a)



b)



c)



5. **a)** Dintre 3 monede identice ca aspect, una este mai ușoară. Care este numărul minim de cântăriri necesare cu o balanță fără mase marcate pentru a găsi moneda „buclucașă"?

b) Dar dacă sunt 7 monede?

c) Dar dacă sunt 9 monede?

6. Arată că, dacă $n + 3 \vdots 6$, atunci $n + 10 \not\vdots 8$.

7. Ana a scris pe caietul ei, în ordine crescătoare, primii 50 de multipli ai lui 7. Iată primele numere scrise de Ana: 0; 7; 14; 21; 28; 35; ...

a) Apare în această listă numărul 205? Dacă da, pe ce loc?

b) Dar numărul 224?

8. Cine are dreptate?

Ana: Orice număr divizibil cu 10 este multiplu de 5.

Geo: Unele numere divizibile cu 2 nu sunt multipli de 10.

Liza: Niciun număr divizibil cu 5 nu este multiplu de 2.

Tic: Dacă un număr este impar, atunci este multiplu de 5.

9. Liza susține că a scris în următoarea listă doar numere divizibile cu 20:

3 740; 11 080; 7 860; 500; 1 020.

Ea a verificat astfel divizibilitatea:

$3\,740 : 20 = 3\,740 : 10 : 2 = 374 : 2 = 187$.

a) Sunt corecte calculele Lizei?

b) Care crezi că este regula de divizibilitate cu 20?

c) Mati a observat și el calculele Lizei și susține că a descoperit regula de divizibilitate cu 50. Care crezi că este aceasta?

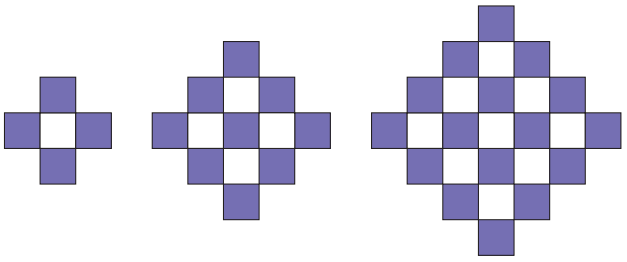
10. Un ogar fugărește o vulpe. Ogarul este de 3 ori mai rapid decât vulpea. Vulpea are un avans de 150 m. Ce distanță aleargă ogarul până ajunge vulpea?

11. Află valorile naturale ale lui x, știind că:

a) $5 \cdot x = 5^3$; **b)** $3 \cdot x = 3^4$;

c) $3^x = 27$; **d)** $x^2 = 81$.

12. Mati a desenat mai multe modele geometrice; primele trei sunt prezentate mai jos.



❶ ❷ ❸

Despre modelele lui Mati, Ema a observat că, dacă alătură în fiecare caz în parte pătrățelele negre, respectiv pătrățelele albe, obține câte un pătrat.

a) Explică prin desene ce a observat Ema.

b) Folosește observația Emei pentru a calcula numărul total de pătrățele de fiecare model, folosind operații cu puteri de numere naturale.

c) Utilizează formula găsită, pentru a afla numărul de pătrățele din figura 4. Desenează această figură și verifică prin numărare dacă ai dreptate.

13. Adună încă un termen potrivit și calculează:

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}$$

14. Geo a simplificat fracția $\frac{40}{56}$ și o parte din calculele lui sunt prezentate mai jos.

Scrie pe caietul tău și completează spațiile marcate cu □, folosind numere potrivite.

$$\frac{40}{56}\overset{(2}{=}\frac{\square}{28}\overset{(\square}{=}\frac{10}{\square}=\frac{5}{7};$$

$$\frac{84}{\square}\overset{(2}{=}\frac{\square}{12}\overset{(3}{=}\frac{\square}{\square}\overset{(\square}{=}\frac{\square}{2}.$$

15. Ana susține că a descoperit o regulă mai simplă pentru a calcula cel mai mic multiplu comun a două numere. Ea a explicat regula pentru numerele 400 și 600:

$400 = 4 \times 100$;

$600 = 6 \times 100$;

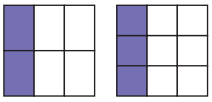
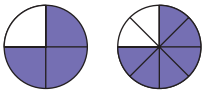
Calculez multipli comuni nenuli ai lui 4 și 6:

- multiplii nenuli ai lui 4 sunt: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...
- multiplii nenuli ai lui 6 sunt: 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

Cel mai mic multiplu comun pentru 4 și 6 este 12; de aceea, cel mai mic multiplu comun pentru 400 și 600 este $12 \times 100 = 1200$.

Aplică procedeul Anei pentru a calcula cel mai mic multiplu comun al numerelor 1600 și 2000.

16. Ema a observat regula „produsului în diagonală", pe care a verificat-o pentru câteva perechi de fracții echivalente.

Fracții echivalente	Observațiile Emei
 $\frac{2}{6}\overset{\times}{\underset{\times}{}}\frac{3}{9}$	$2 \times 9 = 3 \times 6$
 $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$	$3 \times 8 = 6 \times 4$

a) Descrie prin desene alte trei perechi de fracții echivalente și verifică, în fiecare caz, regula observată de Ema.

b) Pornind de la egalitatea $10 \times 3 = 6 \times 5$, scrie două fracții echivalente, apoi justifică prin desene dacă ai dreptate.

17. Pe caietul tău cu pătrățele, desenează o axă a numerelor. Alege convenabil unitatea de măsură pentru a reprezenta pe axă numerele:

$$\frac{3}{4};\ \frac{11}{4};\ 1\frac{1}{4};\ \frac{9}{2};\ \frac{6}{2}.$$

18. Folosește fracții echivalente cu cele date, pentru a compara:

a) $\frac{7}{5}$ și $\frac{4}{3}$

b) 20 % și $\frac{2}{7}$

c) $1\frac{3}{4}$ și $\frac{8}{5}$.

19. **a)** Compară: $\frac{24}{15}\cdot\frac{2}{5}$ cu $\frac{24}{15}:\frac{2}{5}$;

$\frac{24}{15}\cdot\frac{4}{3}$ cu $\frac{24}{15}:\frac{4}{3}$.

b) Ce regulă observi? Scrie alte două exemple, ca să verifici regula observată de tine.

20. Liza a scris următoarele egalități:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}:\frac{1}{3};$$

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{4}=\frac{1}{12}:\frac{1}{4};$$

$$\frac{1}{20}+\frac{1}{5}=\frac{1}{20}:\frac{1}{5};$$

a) Verifică prin calcul dacă Liza are dreptate.

b) Scrie un exemplu, în care proprietatea evidențiată de exercițiile scrise de Liza nu mai este valabilă.

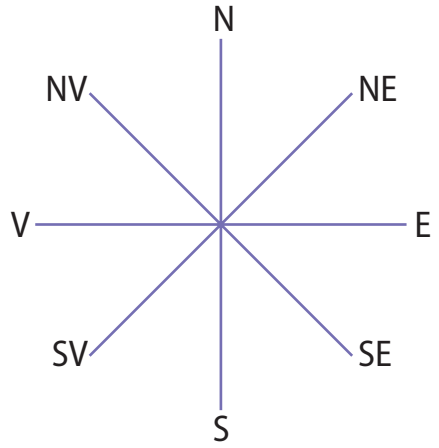
c) Observă cu atenție numerele fracționare folosite de Liza. Propune apoi o egalitate de același fel și verifică prin calcul dacă ai dreptate.

21. Desenează pe caietul tău segmentele AB și AC astfel încât:

a) AB = 5 cm, AC = 6 cm și $\sphericalangle BAC = 90°$;

b) AB = 3 cm, AC = 6 cm și $\sphericalangle BAC = 40°$.

22.



Imaginea arată roza vânturilor. Descrie unghiurile formate de următoarele direcții și calculează-le măsura:

a) Nord și Est;

b) Nord și Sud;

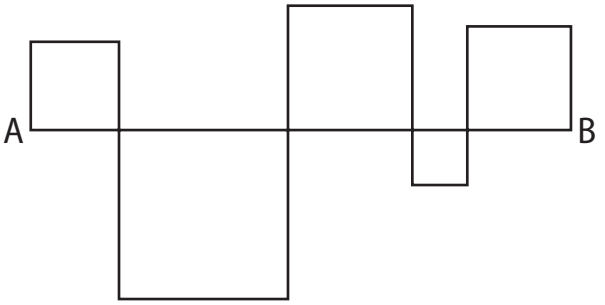
c) Nord-Est și Sud-Est;

d) Vest și Sud-Est.

23. De 7 ori vârsta mea de acum 7 ani este egală cu de 5 ori vârsta mea de peste 5 ani. Câți ani am?

24. Dacă adun trei numere naturale, obțin rezultatul 12. Dacă înmulțesc toate aceste numere, obțin 48. Care sunt numerele?

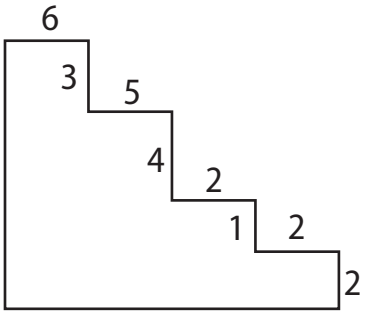
25.



În figură apar 5 pătrate, iar AB = 10 cm. Calculează suma perimetrelor celor cinci pătrate.

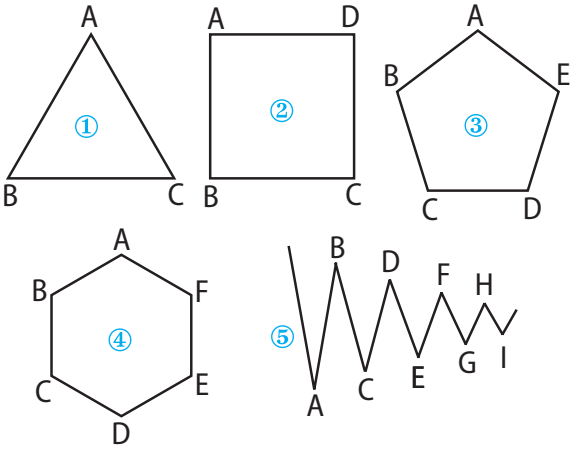
26. Din cauza unei greșeli de redactare, o carte a fost numerotată astfel: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, ... (fiecare multiplu de 5 a fost sărit). Pe ultima pagină a cărții scrie 126. Câte pagini are, de fapt, cartea?

27. Cât este perimetrul figurii alăturate (dimensiunile sunt date în cm)?

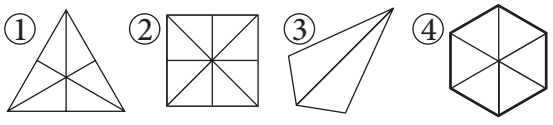


28. **a)** Câte unghiuri conțin figurile de mai jos?

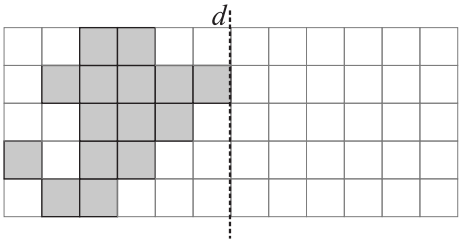
b) Copiază pe o foiță transparentă unghiul cu vârful în A al fiecărei figuri geometrice și compară-l cu celelalte unghiuri ale aceleiași figuri. Ce observi?



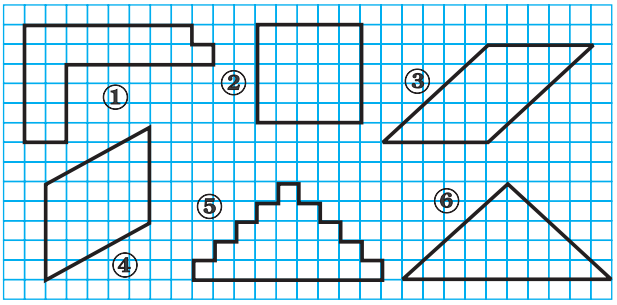
29. Câte axe de simetrie admite fiecare dintre figurile geometrice următoare?



30. Continuă desenul cu un desen simetric față de dreapta *d*.



31. Observă figurile de mai jos. (Pătrățelele din rețea au latura de 1 cm).



a) Calculează perimetrele figurilor ①, ② și ⑤.

b) Geo a afirmat că figurile ③ și ⑥ au perimetre egale. Ce crezi, are dreptate? Justifică!

c) Determină ariile figurilor ①, ② și ④.

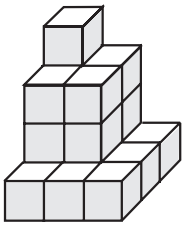
d) Care dintre cele șase figuri are aria cea mai mare?

32. Cubulețele ce formează construcția din imagine au laturile de câte 1 cm.

a) Calculează volumul acestei construcții.

b) Desenează imaginea construcției, așa cum se vede aceasta din lateral.

c) Desenează imaginea construcției văzută de deasupra.



Răspunsuri

Pagina 11 A 528 201; 300 008 şi 123 456; B Exemplu; 5014; 547 100; 5 879 210 489. C **a)** Exemplu: 1600 de elevi - ordinul miilor; **b)** exemplu: 50 000 de locuitori – ordinul zecilor de mii; **c)** ordinul miliardelor.

Pagina 13 A 11 < 100 < 999. B 987 < 998 < 1 023. C 102 345 > 99 999 > 98 765.

Pagina 15 A **a)** 2 950, **b)** 2 900, **c)** 3 000. B Exemplu: 16679 şi 17 432. C Exemplu: 2 378 847 şi 2 398 548

Pagina 17 A 222; 444; 666 şi 888, B 1 234; 3 456; 5 678, C 9998.

Pagina 18 Testul 1 - **1. a)** 784 **b)** 43 002 003 **c)** 20 430 **2. a)** 11 325 > 11 253 **b)** 900 000; 845 204; 84 204. **3.** 2648; 2598 **4.** 174 **5.** 1023 Testul 2 - **1. a)** 874 **b)** 62 002 002 **c)** 50 210 **2. a)** 31 580 < 31 941 **b)** 800 000; 752 315; 75 315. **3.** 2397; 2448 **4.** 336 **5.** 9876

Pagina 21 A Exemplu posibil: 101 = 50 + 51; B **a)** Exemplu posibil: 1 246 = 1 000 + 246; **b)** Exemplu posibil: 1 246 = 1 000 + 200 + 46. C **a)** Exemplu posibil: 57008 = 57 000 + 8; **b)** Exemplu posibil: 57 008 = 50 000 + + 7000 + 8; **c)** 57 008 = 28 504 + 28 504.

Pagina 23 A 9 014. B **a)** 945 083. **b)** 177 777; 69135. C **a)** 35 130 702. **b)** 913 578.

Pagina 25 A **a)** 112 000. **b)** 2. B **a)** 39 000 000. **b)** 15. C **a)** 410 000 000. **b)** 109.

Pagina 27 A **a)** 45 > 30; 14 = 14. **b)** 228. B **a)** $86 \times 14 < 86 \times 15$; $15 \cdot (10 + 3) > 150 + 15$. **b)** 4 450. C **a)** $53 \times 14 = 14 \times 53$; $29 \cdot 46 < 47 \cdot 29$. **b)** 9 472.

Pagina 29 A **a)** 3 100 125; **b)** 70. B **a)** 302 957 750; **b)** 275. C **a)** 28 190 842 841; **b)** 350.

Pagina 31 A 1 200 B 25 000 C ≈ 4 000 000.

Pagina 33 A 42; 42 rest 1. B 42; 42 rest 6. C 305; 3 050 rest 2.

Pagina 35 A 83 rest 4, 10 rest 15. B 394 rest 23, 1 841 rest 16. C 122 rest 51, 5 322 rest 1 667.

Pagina 37 A Da; 13. B Da; 316. C Da;1 043.

Pagina 38 Testul 1 – **1. a)** 3 205; **b)** 1 212; **c)** 172 815; **d)** 379. **2.** c = 2 880; r = 27. **3. a)** 620; **b)** 12 000 000. **4. a)** Dan, 440 232 **b)** Maria, 12477 **c)** Ambii, 114 912 **5) a)** 1624 **b)** 101 Testul 2 – **1. a)** 2 340; **b)** 824; **c)** 80 464; **d)** 321. **2.** c = 3 442; r = 127. **3. a)** 870. **b)** 8 000 000. **4. a)** Ambii, 341777 **b)** Ioana, 17328 **c)** Ambii, 64 220. **5. a)** 2 718; **b)** 161

Pagina 41 A 290; 1 250; 3 870; 584 730. B 300; 1 300; 3900; 584 700. C 0; 1 000; 4 000; 585 000.

Pagina 45 A exemplu: 2; 30 B exemplu: 1 şi 3; 0 şi 45 C 1; 2, 5; 10; exemplu: 140; 1400

Pagina 47 A 10; 20; 30 B 10; 20; 30 C 30; 40.

Pagina 49 A multipli de 5: 2550; multipli de 2: 2548; 2550; 2552. B 5; 15; 25; 35; 45 C 88; 89; 91; 92; 93; 94; 96; 97; 98; 99.

Pagina 51 A 2 043; 2 052 B 12 222 C n = 9.

Pagina 53 A 3 189; 3 192; 3 195; 3 198; 3 201; 3 204. B $x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 : 3$. C 3.

Pagina 55 A 2; 121. B 13; 2. C 2;2;5

Pagina 56 Testul 1 - **1.**

Nu	Nu	Nu	Da	Da	Da
Da	Nu	Da	Da	Nu	Da
Da	Da	Da	Da	Da	Da

2. 640; 644; 646. **3.** 2; 3; 5. **4. a)** Nu. **b)** (66; 110) = 22.

Testul 2 - **1.**

Nu	Nu	Nu	Da	Nu	Da
Nu	Nu	Da	Nu	Nu	Nu
Da	Nu	Da	Da	Nu	Da

2. 813; 816; 819. **3.** 3; 3; 5. **4. a)** Nu. **b)** 4 trandafiri şi 5 garoafe

Pagina 59 A 29. B 145 C 348

Pagina 61 A 1 leu; 5 lei B 1 leu; 5 lei. C 47 lei.

Pagina 63 A 222;218. B 183; 61. C 209; 35.

Pagina 65 A 6. B 6. C 6.

Pagina 67 A, B, C 10; 6.

Pagina 68 Testul 1 - **1.** 6; 9. **2.** 6. **4. a)** a doua relaţie se obţine înmulţind prima relaţie cu 2. **b)** exemplu 3 bilete de categoria I şi 2 bilete de categoria a II-a costă 60 lei.

Testul 2 - **1.** 4; 6 **2.** 40; 80; 120. **4. a)** 54; 108. **b)** Putem rezolva fără informaţia: Gelu are cu 54 CD-uri mai puţine decât Dan.

Pagina 71 A 9; 27; 81; 243. B 8; 16; 32. 2^4; 2^5; 2^6. C 144; 10 404; 1 004 004; 100 040 004.

Pagina 73 A 6; 41 B 83;3. C 2; 40.

Pagina 75 A **a)** 2^7; **b)** 2^6. B **a)** 2^2; **b)** 2^{10}. C **a)** 2^{1275} **b)** 2^{16}.

Pagina 77 A numai 169. B $2^8 = (2^4)^2 = 16^2$; $U(2^9) = 2$. C Numărul se divide cu 1 000 dar nu şi cu 10 000.

Pagina 79 A $10010_{(2)}$. B $1100100_{(2)}$; 15. C de la 32 până la 63.

Pagina 80 Testul 1 - **1.** 6. **2. a)** 333; **b)** 1. **3. a)** < ; **b)** > ; **c)** > . **4.** Nu; **5.** zeci de milioane. Testul 2 - **1.** 4. **2. a)** 84; **b)** 1. **3. a)** > ; **b)** > ; **c)** < . **4.** Nu; **5.** sute de milioane.

Pagina 83 B $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{7}$. C $a = 1$; $b = 2$.

Pagina 85 C de exemplu 15; 1.

Pagina 87 A $\frac{7}{12}$ B $\frac{3}{11} < \frac{3}{7} < \frac{5}{7}$. C 0; 1; 2 sau 3.

Pagina 89 A $\frac{4}{7}$ B $\frac{1}{101}$. C $\frac{25}{24}$.

Pagina 90 Testul 1 - **2. a)** 4; 6 **b)** 29. **3.** I: $\frac{8}{12}$; *X*; $\frac{16}{24}$; $\frac{18}{27}$; $\frac{20}{30}$; *X*. II: *X*; *X*; $\frac{6}{16}$; $\frac{9}{24}$; *X*; *X*$\frac{15}{40}$. **4.** $\frac{3}{5}$. **5.** $\frac{13}{5} > \frac{13}{8}$.

Testul 2 - **2. a)** 4; 9; **b)** 47. **3.** I: $\frac{15}{18}$; *X*; $\frac{20}{24}$; $\frac{30}{36}$; $\frac{50}{60}$. II: $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{12}$; *X*; $\frac{5}{20}$; $\frac{6}{24}$; $\frac{9}{36}$; $\frac{15}{60}$. **4.** $\frac{8}{5}$. **5.** $\frac{17}{9} > \frac{17}{12}$.

Pagina 93 A $\frac{13}{8}$; $\frac{4}{5}$. B $7\frac{11}{16}$, $3\frac{7}{12}$ C $1\frac{49}{72}$; $\frac{59}{72}$

Pagina 95 A $23\frac{1}{3}$; 18 B 200 C 930 < 1000.

Pagina 97 A $\frac{9}{5}$; B $\frac{243}{350}$; C $\frac{1}{9}$.

Pagina 99 A $\frac{28}{81}$; B $4\frac{4}{5}$; $2\frac{7}{10}$; 2) $\frac{24}{5}=\frac{48}{10}>\frac{27}{10}$. C $\frac{4}{5}:\frac{1}{2}=\frac{8}{5}$

Pagina 101 A 96; 5 B $6\frac{1}{4}$; C $\frac{1}{10000}$.

Pagina 102 **Testul 1** - **1. a)** 60; **b)** 36. **2. a)** $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{3}{4}$ **c)** 3; **d)** $\frac{4}{25}$ **4.** 9. **5.** F; F. **Testul 2** - **1. a)** 36; **b)** 36. **2. a)** $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{3}{4}$; **c)** $1\frac{7}{9}$ **d)** $\frac{3}{5}$ **4.** 30 **5.** A, F.

Pagina 105 A **a)** 3,2; 0,32 ; **b)** $\frac{3}{20}$; $\frac{3}{2}$. B **b)** 1,75 C De exemplu: $\frac{20471900}{10000}+\frac{3}{10000}$; 2047,1903

Pagina 107 A **a)** 50%; 0,5. **b)** 60%; 0,6. B **a)** 62,5%; 0,625 **b)** 28%; 0,28 C **a)** 23,04%; 0,2304 **b)** 240,8%; 2,408

Pagina 109 A De exemplu: 2,7 < 2,73 < 2,75 < 2,76 < 2,8. B 0,123; 0,987 C 6.

Pagina 111 A 3,21; 0,40. B 3,205; 3,206; 3,207; 3,208; 3,209; 3,210; 3,211; 3,212; 3,213; 3,214. C 1,3395; 1,3404.

Pagina 113 A Desene: 40; Animale: 20; Istorice: 15 B De exemplu a) Numerele de pe axa verticală nu păstrează aceeași diferență. C a) Numerele de pe axa verticală nu păstrează aceeași diferență. c) Numerele de pe axa verticală nu păstrează aceeași diferență, barele nu au înălțimi potrivite. d) Două dintre bare nu au înălțimile corespunzătoare.

Pagina 114 **Testul 1** - **1.** 0,3; 0,43; 0,25. **2.** 0,2. **3.** 1→4; 2→3; 3→1; 4→3. **4. a)** F; **b)** A; **c)** F. **5.** Ron. **Testul 2** - **1.** 0,7 ; 0,81; 0,75. **2.** 1,12 **3.** 1→3; 2→1; 3→1; 4→3 **4. a)** A; **b)** A; **c)** F. **5.** Sorin.

Pagina 117 A **1. a)** 1005,26; **b)** 6,74. **2.** 123,4. B **1. a)** 58841,914; **b)** 995,433. **2.** 24,75. C **1.** exemplu 100 = 24,584 + 75,416; 100 = 214,524 – 114,524. **2.** 41,053.

Pagina 119 A **1.** 148,83. **2.** 154. B **1.** 187,54. **2.** 1 600. C **1.** Exemplu: 30, 40, 50. **2.** 0,11.

Pagina 121 A 150,85. B 12,828 ; 25,656, 25,656 = 12,828 · 2. C exemplu: 0,012 = 6 · 0,002.

Pagina 123 A 243,5; 316,68; 31,668. B 16,275. C 4,995.

Pagina 125 A 0,008; 1,69. B 5,29. C 0,01; 0,001; $(0,1)^{100}=0,\underbrace{00\ldots0}_{99\ de\ 0}1$.

Pagina 127 A 1 rest 27; 1,54. B 41,96. C 4,6; 0,4; (23 + 2) : 5 = 5.

Pagina 129 A 1,25. B 0,35 lei; 3,5 lei. C 5,04 lei; 0,42 lei.

Pagina 131 A 13,(3) ; 0,25. B ≈ 20,62. C ≈ 22,5 Euro. 167,4 coroane.

Pagina 133 A $\frac{1}{6}$. B 0,4(5). C **a)** $\frac{2}{9}$; **b)** $\left(\frac{2}{9}\right)^2=\frac{4}{81}=0,(049382716)$.

Pagina 135 A **1.** 3,75; **2.** 5,4 B **1.** Exemplu: $\frac{17}{3}=\frac{170}{30}=\frac{34}{6}=$ $=\frac{51}{9}$; **2.** 16,8(3) C **1.** $\frac{48}{10}=\frac{24}{5}=\frac{480}{100}=\frac{120}{25}$; **2.** 7.

Pagina 137 A 8,(3). B 4,0(2) C 3,(1)

Pagina 138 **Testul 1** – **1. a)** 1,334; **b)** 42,5; **c)** 520; **d)** 0,008. **2. a)** 280; **b)** 2. **4. a)** 4,05; **b)** 10; 11; 12; 13; 14. **5.** 40 km. **Testul 2** – **1. a)** 24,818; **b)** 245; **c)** 250; **d)** 0,09. **2. a)** 125; **b)** 4. **4. a)** 3,65; **b)** 8; 10; 12; 14. **5.** 20 km.

Pagina 141 A 4; 6; 4. B 6; 12; 8. C 8; 12; 6.

Pagina 143 A **a)** Exemplu AP; **b)** Exemplu semidreptele AM; AP; AQ; **c)** segmentele AQ; AP; AM; AD; QP; MP. B Exemplu construiește semidreptele AB; AC; BC. C 1 sau 4 sau 6.

Pagina 147 B unghiurile MPE; FBP;

Pagina 149 B AOC = 133°18′; COD = 46°42′ C a) 30°; 120°.

Pagina 151 B Fiecare unghi are 60° C Dreptunghiurile au lungimile respectiv lățimile congruente. Segmentele colorate reprezintă diferența dintre lungime și lățime.

Pagina 153 A AOD; BOC. C 90° ; 180°.

Pagina 155 C Hexagonul cu laturile și unghiurile congruente.

Pagina 156 **Testul 1** – **1.** segmentul BC; semidreapta OA; unghiul AOC. **4.** 2 şi 3. **Testul 2** – **1.** segmentul PM; semidreapta AD; unghiul ADM. **4.** 1 şi 2.

Pagina 159 A P = 48 cm = 4,8 dm = 0,48 m. B L = 119 cm; l = 59,5 cm. C 14 cm.

Pagina 161 A 0,360 kg ; 1300 kg; 2,45 Kg. B 315 Kg. C Începem așezând câte 3 monede pe fiecare taler al balanței.

Pagina 163 A 3,20 m^2; 1400 m^2. B un pătrat cu latura de 1 dm are 100 pătrățele cu latura de 1 cm. C Putem decupa prima figură, pentru a obține a doua figură.

Pagina 165 A 350 m^3; 0,00135 m^3. B 1 dm^3 reprezintă un cub cu latura de 1 dm, adică 1000 cm^3. C dm^3, mm^3;

Pagina 167 A 15,625 dm^3. B 15 cm . C 360 dm^3.

Pagina 169 A 4:15. B 19:50. C 2:30.

Pagina 170 **Testul 1** **1.** b) **2. a)** 0,032; **b)** 42 000; **c)** 0,81. **3.** 338 m^2. **Testul 2** **1.** c). **2. a)** 51 000; **b)** 0,062; **c)** 0,039. **3.** 428 m^2.

Bibliografie

1. Singer, Mihaela; Radu, Mircea; Ghica, Ion; Drugan, Gheorghe (1997,1998, 2000-2016). *Manual de matematică pentru clasa a V-a*. Editura Sigma. ISBN: 973-8068-94-0.
2. Singer, Mihaela; Pădureanu Victoria; Mogoș, Mariana (1998, 2000). *Manual de matematică pentru clasa a IV-a*. Editura Sigma. ISBN: 973-649-244-3.
3. Singer, Florence Mihaela (2009). The Dynamic Infrastructure of Mind - a Hypothesis and Some of its Applications. *New Ideas in Psychology, 27(1),* 48–74. ISSN: 0732-118X.
4. Singer, Florence Mihaela; Moscovici, Hedy (2008). Teaching and learning cycles in a constructivist approach to instruction. *Teaching and Teacher Education, 24(6),* 1613-1634. ISSN: 0742-051X.
5. McConnell, John; Feldman, Cathy; Heeres, Deborah; Kallemeyn, Emily; Ortiz, Enrique; Winningham, Noreen; Hunt, Karen; Regis, Troy; Singer, Florence Mihaela; Wolfe, John; Jakucyn, Natalie; Usiskin, Zalman. (2009). *The University of Chicago School Mathematics Project: Pre-Transition Mathematics*. Wright Group/ Mc Graw Hill Companies, ISBN: 978-0-07-618569-6.
6. *** Probleme de Matematică Aplicată Cangurul. Clasele a V-a – a VI-a. Editura Sigma, 2015. ISBN: 978-606-727-045-7



Institutul pentru
Dezvoltarea
Evaluării în
Educație

ISBN: 978-606-94471-0-9